

Examen Hydrodynamique

M2 IPE, mercredi 8 février 2012, 9h-12h

1 Écoulement en couches minces sur plan incliné

De nombreux processus requièrent le dépôt de plusieurs couches minces sur un support. Ainsi par exemple, les films photographiques comprennent en plus du support, de trois (pour un film noir et blanc : l'émulsion de gélatine et de bromure d'argent, une couche antihalo et une couche de gélatine) à une quinzaine (pour un film couleur à développement instantané) de couches minces de quelques microns d'épaisseur. La fabrication des films est en général effectuée avec un dispositif représenté sur la figure 1. Les différentes couches de liquide sont injectées par des fentes sur un plan incliné présentant des marches qui permettent aux couches de passer les unes sur les autres. Ce dispositif est appelé *hopper* (sauteur). Après écoulement sur le plan incliné, les couches de liquides sont entraînées par le substrat qui défile à une vitesse U de l'ordre du m/s. Les différentes couches qui constituent le film se solidifient ensuite sur le substrat en refroidissant.

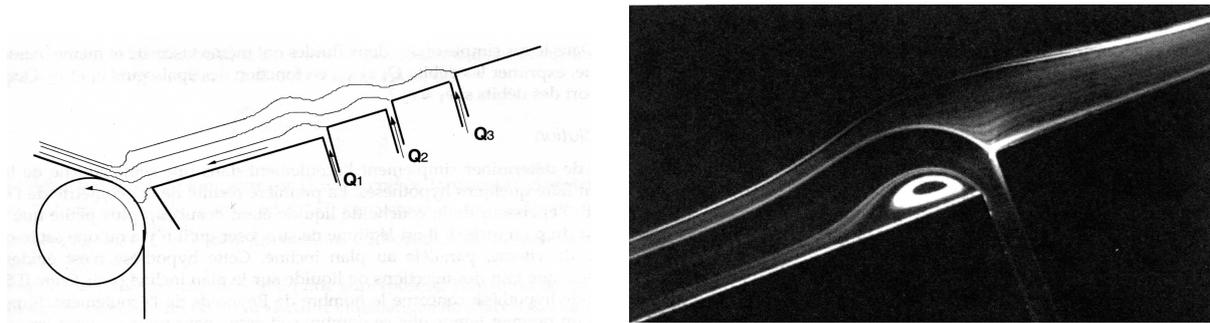


FIGURE 1: A gauche : Schéma d'un dispositif de couchage d'émulsion sur un support ; à droite : Visualisation de l'injection de liquide par une fente.

Une des conditions de fonctionnement optimal du hopper est que la hauteur des marches soit égale à l'épaisseur des couches fluides correspondantes (*cf* figure 1). Le débit d'injection de chacun des liquides Q_1, Q_2, \dots, Q_n est imposé par l'épaisseur finale e_{nf} de la couche, soit : $Q_n = U e_{nf} L$ où L est la largeur du substrat.

Écoulement d'une seule couche

On cherche tout d'abord l'épaisseur e_1 d'une seule couche de liquide (de viscosité dynamique η_1 , de masse volumique ρ_1 , de coefficient de diffusion de la quantité de mouvement $\nu_1 = \eta_1/\rho_1$) qui s'écoule sous l'effet de la gravité sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

1. Déterminez le profil de vitesse dans la couche de liquide (on néglige la viscosité de l'air) loin en aval de l'injecteur. En déduire le débit linéique (par unité de largeur) Q_1/L .
2. Quelle est la valeur de e_1 si $L = 10$ cm, $Q_1 = 4$ cm³/s, $\alpha = 15^\circ$, $\eta_1 = 20$ mPa.s et $\rho_1 = 1$ g/cm³? Quel est le nombre de Reynolds correspondant à l'écoulement dans la couche liquide?

Écoulement de deux couches

On considère maintenant deux couches superposées de débit respectif Q_1 et Q_2 et d'épaisseur respective e_1 et e_2 .

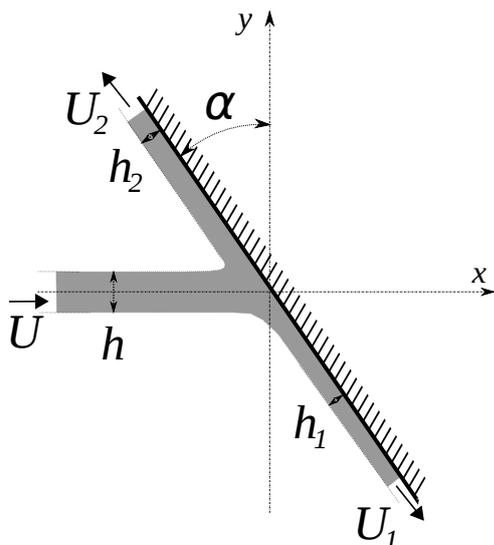
3. Comme dans la question précédente, on commence par déterminer le champ de vitesse dans chacune des deux couches, loin des injecteurs. Quelles sont les conditions aux limites qu'il satisfait ? On note μ le rapport des viscosités dynamiques ($\mu = \eta_2/\eta_1$) et λ le rapport des masses volumiques ($\lambda = \rho_2/\rho_1$).
4. En déduire le débit de chacune des couches.
5. Dans le cas où les deux fluides ont la même densité ($\lambda = 1$), quel est le rapport des débits Q_2/Q_1 pour avoir des couches de même épaisseur $e = e_1 = e_2$?

Transitoires et couches limites

6. Dans le cas d'une seule couche, décrivez comment le profil de vitesse converge vers sa forme stationnaire (calculé à la question 1). Esquissez qualitativement des profils successifs à distance croissante de l'injecteur. Estimez la distance à laquelle le profil de vitesse a convergé.
7. Cas de deux couches : donnez pour chacune des deux couches de liquide (dans le même cas particulier qu'à la question 5, c'est-à-dire pour $\lambda = 1$ et $e = e_1 = e_2$), une estimation grossière de la distance, par rapport au dernier injecteur, de convergence du profil de vitesse. Justifiez les approximations faites.

2 Jet incident sur un plan

On considère un jet bidimensionnel de liquide en forme de lame d'épaisseur h et de la largeur unité dans la direction Oz perpendiculaire à la figure.



Le jet est suffisamment rapide pour négliger les forces de viscosité et les forces extérieures.

1. Écrire la conservation de la masse et la relation de Bernoulli dans cet écoulement. En déduire une relation entre h , h_1 et h_2 .
2. En écoulement stationnaire, on rappelle que le bilan de quantité de mouvement en l'absence de viscosité et de forces extérieures devient :

$$\iint_S \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) d\Sigma + \iint_S p \vec{n} d\Sigma = 0$$

En déduire les composante F_x et F_y de la force \vec{F} exercée par le fluide sur la plaque.

3. En l'absence de viscosité, F_{\parallel} , la composante de \vec{F} parallèle au plan est nulle ; en déduire une seconde relation entre h , h_1 et h_2 , puis h_1 et h_2 .
4. Calculer finalement F_{\perp} la composante de \vec{F} normale au plan.