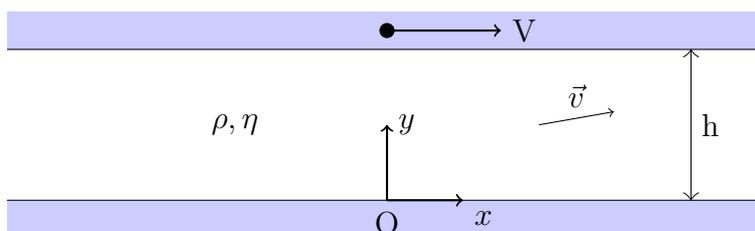


# Examen Hydrodynamique

M2 IPE, vendredi 15 février 2013, 14h-17h

## 1 Écoulement entre deux plaques

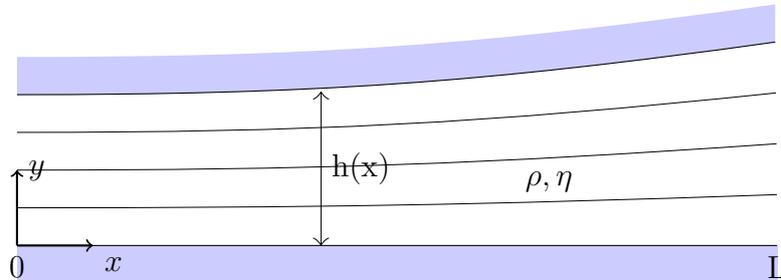


On considère l'écoulement parallèle permanent d'un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  et de viscosité  $\eta$  entre deux plans parallèles horizontaux formant un canal d'épaisseur  $h$ . Le plan inférieur est fixe et l'on prendra l'axe  $Ox$  horizontal le long de ce plan. Soit  $\vec{u}_x$  le vecteur unitaire de l'axe  $Ox$ . Le plan supérieur est animé d'une vitesse uniforme  $\vec{v} = V\vec{u}_x$ .

1. Montrer que la vitesse est de la forme  $\vec{v} = v_x(y)\vec{u}_x$ .
2. Écrire l'équation du mouvement du fluide. On pose  $\alpha = -\partial p/\partial x$  le gradient de pression. Montrer que  $\alpha$  est constant dans tout le canal.
3. Déterminer la distribution de vitesse  $v_x(y)$  et de contrainte tangentielle,  $\tau(x, y)$ , au sein du fluide.
4. Calculer le débit de masse du fluide à travers une section de profondeur unité perpendiculaire à  $Ox$ .
5. Représenter le profil de vitesse et la distribution de la contrainte visqueuse  $\tau$  en fonction de  $y$  dans les situations étudiées ci-dessous:
  - a) Pour quelle valeur de  $\alpha$  la distribution de vitesse est elle linéaire en  $y$ ? Exprimer le débit de masse et le profil de  $\tau$  dans ce cas. Quelle serait la valeur du gradient de pression permettant d'assurer le même débit de masse, les parois étant toutes fixes?
  - b) Pour quelle(s) valeur(s) de  $\alpha$  la vitesse présente-t-elle un maximum en dehors de la paroi? Déterminer ce maximum et sa position  $y_1$ . Pour quelle valeur de  $V$  le débit masse est il nul?
6. Discuter qualitativement ce qui se passe lorsque le fluide Newtonien est remplacé par un fluide complexe de type Bingham (rappel:  $\dot{\gamma} = (\sigma - \sigma_s)/\eta$ , où  $\sigma_s$  est la contrainte seuil), dans les cas suivants:

- a) Cisaillement pur (Couette plan:  $V > 0, \alpha = 0$ )
- b) Parois fixes (Poiseuille plan:  $V = 0, \alpha > 0$ )

## 2 Lubrification



On introduit le rapport d'aspect approximatif  $\theta \approx h/L$ .

1. Dans quelle condition géométrique peut-on appliquer la théorie de la lubrification ?
2. Estimez la vitesse moyenne  $U$  en fonction de la différence de pression  $p(L) - p(0)$ .
3. Estimez la force de trainée et la force de portance sur la paroi supérieure, et exprimez-les en fonction de la vitesse moyenne. Comparez les deux et discutez l'intérêt pratique ce type de configuration.
4. Précisez la gamme du nombre de Reynolds pour laquelle l'approximation de lubrification est valable dans cette géométrie du canal esquissé ci-dessus.