

## Partiel de Traitement du Signal (Adrian Daerr)

lundi 13 mars 2017, 10h45-11h45

### Réponse impulsionnelle

1. Définissez la réponse impulsionnelle d'un système (filtre) à temps continu. (1 point)
2. Dans certains systèmes la connaissance de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  permet de calculer la réponse  $y(t)$  à un signal en entrée  $x(t)$  quelconque.
  - a) Rappelez les propriétés qu'un tel système doit posséder. (1 point)
  - b) Donnez la formule qui permet de calculer  $y(t)$  à partir de  $x(t)$  et de  $h(t)$ . (1 point)
  - c) Prouvez cette formule, en montrant comment elle découle de la définition de la réponse impulsionnelle et des propriétés du système. (1 point)

### Échantillonnage et repliement de spectre

3. À quelle condition peut-on reconstruire un signal à temps continu  $x(t)$  à partir du signal échantillonné  $x_n = x(nT)$ ? (2 points)
4. Expliquez le phénomène de repliement spectral lors de l'échantillonnage d'un signal. (2 points)
5. Quelles conséquences pratiques doit-on craindre? (1 point)
6. Comment les éviter? (1 point)

### Filtre numérique

Analysez et discutez le filtre numérique suivant:

$$y(n) = \frac{1}{2}x(n) - x(n-1) + \frac{1}{2}x(n-2)$$

7. Quelle est sa réponse impulsionnelle  $h(n)$ ? (1 point)
8. Quelle est sa fonction de transfert  $H(z)$ ? (1 point)
9. Esquissez où se trouvent les pôles et les zéros de  $H(z)$  dans le plan complexe  $z$ . (1 point)
10. Quelle est la réponse en fréquence du filtre? Esquissez qualitativement son comportement. (1 point)
11. De quel genre de filtre s'agit-il? (1 point)
12. À partir d'un calcul ou d'un raisonnement graphique, donner le comportement du filtre aux petites fréquences. À quel filtre à temps continu ce comportement correspond-il? (2 points)

### Implémentations d'un filtre numérique FIR

Lors du dernier cours nous avons vu le filtre à réponse impulsionnelle finie défini par la fonction réponse suivante:

$$H(z) = 1 + az^{-1} + a^2z^{-2} + \dots + a^qz^{-q}$$

13. Donner une implémentation non récursive de ce filtre, donc une relation  $y(n) = \dots$  dont le côté droit ne dépend que de  $x$  et non de  $y$ . (1 point)
14. Reconnaisant le début d'une série géométrique  $\sum_{k=0}^q a^k z^{-k}$ , trouver une expression plus compacte de la fonction de transfert  $H(z)$ . À quelle condition existe-t-elle? (1 point)
15. En déduire une implémentation récursive du même filtre causal. (1 point)