





JEAN-BERNARD NADEAU / ONLYFRANCE FR - ERIC FALCON / DR

**Eric Falcon**

PHYSICIEN, PARIS

Directeur de recherche CNRS, ce spécialiste de physique non linéaire mène ses travaux au Laboratoire matière et systèmes complexes (CNRS - université Paris-Cité).

Les messagers universels de la non-linéarité

Ondes qui se meuvent sans s'atténuer, sans se disperser, sans se déformer, parfois même en s'ignorant mutuellement quand elles se croisent, les solitons intriguent les chercheurs depuis près de deux siècles. Ces structures fascinantes sont omniprésentes : dans les fibres optiques, les canaux hydrauliques, les plasmas, les supraconducteurs ou les gaz quantiques. Leur comportement obéit à des équations non linéaires complexes mais très structurées, qu'explorent de concert mathématiciens et physiciens. Longtemps étudiés en géométrie rectiligne, les solitons sont désormais observés dans des contextes variés : milieux désordonnés, formes cylindriques ou toroïdales, jusqu'à de véritables « gaz » de solitons.

◀ Vue aérienne du mascaret sur la Garonne. Cette onde de marée, non linéaire et spectaculaire, se déforme et s'atténue au fil de sa propagation, contrairement au soliton - une onde parfaite.

Août 1834, canal de l'Union, entre Édimbourg et Glasgow. L'ingénieur écossais John Scott Russell observe une étrange vague solitaire se détacher de la proue d'une barge stoppée net. Il enfourche son cheval et suit cette onde pendant plus de trois kilomètres : au cours de son avancée, elle ne s'amortit pas, ne s'étale pas, ne déferle pas. Intrigué, il reproduit l'expérience dans son jardin à l'aide de canaux miniatures et d'un réservoir. En 1844, il décrit les propriétés de ce qu'il appelle alors « vague de translation » : sa vitesse dépend de son amplitude, et elle conserve sa forme même après avoir croisé une autre onde du même type (1). Ses résultats sont d'abord accueillis avec scepticisme, car ils contredisent les théories d'hydrodynamique de l'époque. Ce n'est qu'à la fin du XIX^e siècle que les mathématiciens néerlandais Diederik Korteweg et Gustav de Vries donneront un fondement théorique à cette onde particulière, avec l'équation non linéaire désormais connue sous le nom d'équation de Korteweg-de Vries qui la décrit.

Après un long purgatoire scientifique, les solitons refont surface dans les années 1950, grâce aux simulations pionnières du physicien Enrico Fermi, de l'informaticien John Pasta, du mathématicien Stanislaw Ulam et de la mathématicienne et physicienne Mary Tsingou sur un des premiers ordinateurs, Maniac-1, à Los Alamos. Dans cette simulation numérique – la première de l'histoire –, ces chercheurs voient apparaître un phénomène surprenant : dans une chaîne de ressorts non linéaires (la force de rappel n'est pas proportionnelle à l'allongement ou la compression), l'énergie injectée ne se répartit pas, mais revient de manière quasi périodique là où elle a été injectée (2). En 1965, les physi-

cien américains Norman Zabusky et Martin Kruskal relient ce comportement à l'équation de Korteweg-de Vries, et introduisent le terme « soliton » pour désigner ces ondes particulières (3). Ils soulignent en outre l'étonnante propriété de collision entre deux solitons qui les laisse inchangés.

Au milieu des années 1960, ces travaux marquent un tournant dans le domaine des ondes non linéaires et des solitons ; ils continuent depuis lors de jouer un rôle majeur en science. Une nouvelle approche d'analyse des équations non linéaires impliquant des solutions sous forme de solitons voit le jour dans leur sillage en 1967. Baptisée « inversion des données de diffusion », elle lance un nouveau domaine de recherche à la confluence des mathématiques et de la physique. Cette approche s'applique à certaines équations non linéaires, dites intégrables, c'est-à-dire pour lesquelles on peut trouver des solutions exactes, malgré leur complexité. Elle repose sur l'idée suivante : plutôt que de résoudre directement l'équation, on transforme le problème pour l'analyser dans un autre cadre – un peu comme on décompose un son complexe en composantes harmoniques, c'est-à-dire en une superposition de sons élémentaires, chacun correspondant à une fréquence précise, mais ici dans un contexte non linéaire.

DES STRUCTURES STABLES, ISOLÉES ET DURABLES

Concrètement, la méthode d'inversion des données de diffusion permet de décomposer un champ d'ondes initial complexe – par exemple, une perturbation à la surface de l'eau ou une impulsion lumineuse – en deux types de composantes : les solitons, qui sont des structures stables, isolées, durables, et dont la présence correspond à une signature discrète (comme des notes musicales pures) et les radiations dispersives, correspondant à une superposition d'ondes ordinaires qui s'atténuent avec le temps et sont associées à une signature continue (comme un bruit de fond diffus). En combinant ces deux composantes, on est capable de déterminer l'évolution du champ d'ondes au cours du temps.

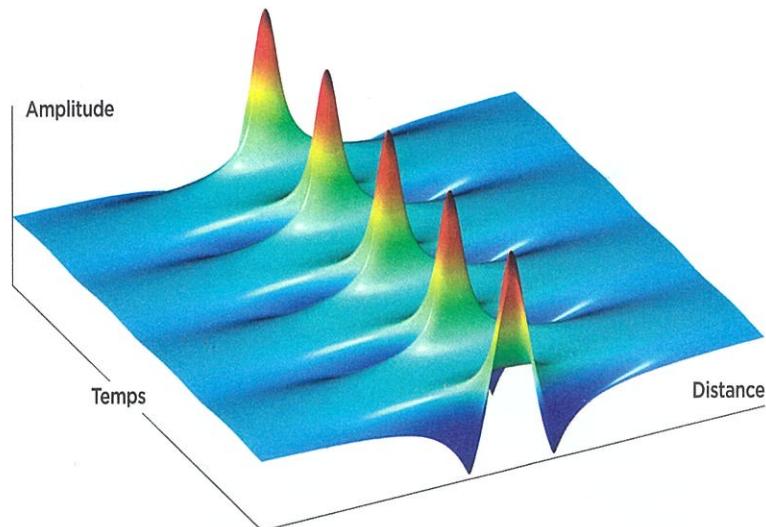
POUR EN SAVOIR PLUS

- Thierry Dauxois et Michel Peyrard, *Physique des Solitons*, EDP Sciences – CNRS Éditions, 2004.
- Vidéo : Vincent Duchêne, les solitons hydrodynamiques – tinyurl.com/5-minutes-Lebesgue
- Visualisation expérimentale du croisement de deux solitons : tinyurl.com/croisement-solitons

Sur le plan de la compréhension physique, le soliton est une onde d'un genre particulier : elle se propage sans se disperser, ni s'atténuer sur de longues distances. Ce comportement résulte d'un équilibre subtil entre deux effets antagonistes : la dispersion, qui tend à étaler l'onde au fil du temps, et la non-linéarité, qui a l'effet inverse – elle concentre l'énergie et resserre la forme de l'onde. Lorsque ces deux phénomènes se compensent exactement, l'onde garde sa silhouette, même après avoir croisé une autre onde du même type. Deux solitons peuvent ainsi se traverser mutuellement sans se déformer, ne subissant qu'un léger décalage de phase ou de position, ce qu'avait déjà compris Russell en 1844. Ce phénomène n'est pas une curiosité isolée. Les solitons sont présents dans de multiples domaines de la physique : hydrodynamique (ondes de surface ou internes), optique non linéaire (fibres optiques, lasers), physique du solide, plasmas, physique quantique, et même en cosmologie, où certaines hypothèses sur l'Univers primordial font appel à des structures similaires. Les études expérimentales actuelles explorent comment la géométrie, la dimension de l'espace ou la structure du milieu modifient le comportement de ces ondes étonnamment stables.

À la surface d'un liquide peu profond, les solitons prennent généralement la forme d'une bosse isolée – on parle alors de solitons d'élévation. Leur vitesse dépasse celle des ondes ordinaires de faible amplitude, dites linéaires : ce sont des ondes supersoniques. Dans les couches très fines de liquide, les effets de capillarité peuvent devenir importants (on ne peut plus négliger le rôle des forces intermoléculaires) et la situation change. L'équation de Korteweg-de Vries prédit alors la création de solitons de dépression, en creux, plus lents que les ondes linéaires. Ce sont de tels solitons de dépression que nous avons observés pour la première fois en 2002, avec mes collègues Claude Laroche et Stéphan Fauve, à la surface d'un film de mercure, liquide à la fois peu visqueux et sensible aux forces de tension de surface (4).

Quelle est l'influence de la géométrie du système sur la formation des solitons ? Au lieu d'un canal plat utilisé dans la majorité des expériences, il est possible de former un cylindre



SOLITON DE KUZNETSOV-MA

Enveloppe du soliton de Kuznetsov-Ma, une solution de l'équation de Schrödinger non linéaire, qui modélise les ondes non linéaires à la surface d'un liquide de grande profondeur ainsi que les solitons dans les fibres optiques ou les plasmas.

liquide en lévitation, obtenu en chauffant un sillon rectiligne d'eau jusqu'à ce qu'elle flotte sur sa propre vapeur (effet Leidenfrost). C'est l'expérience menée en 2015 par l'équipe de Stéphane Perrard au Laboratoire matière et systèmes complexes, de l'université Paris-Cité. Des structures ressemblant à des solitons y apparaissent, bien que leur dynamique soit perturbée par les effets thermiques (5).

UN PAS EXPÉRIMENTAL DÉCISIF FRANCHI AU DÉBUT DES ANNÉES 2020

Longtemps, les recherches sur les solitons se sont cantonnées à des configurations rectilignes – des canaux droits ou des fibres optiques – où la propagation suit une seule direction. La dynamique des solitons dans un domaine périodique, comme un anneau ou un tore, n'a été explorée expérimentalement que récemment. Les premières tentatives, dans des canaux annulaires forcés par le vent, souffraient d'un manque de contrôle : afin de créer une onde unique, il fallait forcer puis retirer immédiatement le générateur, au risque de perturber la propagation de l'onde. Ce défi technique a freiné l'étude des effets spécifiques de la géométrie circulaire sur les propriétés des solitons.

Un pas expérimental décisif a été franchi au début des années 2020, avec la création d'un tore liquide stable, en forme de beignet. Les chercheurs ont déposé de l'eau sur une plaque munie d'une rainure circulaire, légèrement inclinée et rendue hydrophobe - à la manière d'une feuille de lotus -, pour empêcher l'eau d'y adhérer. Le résultat : un anneau liquide d'une quinzaine de centimètres de diamètre, maintenu sans contraintes mécaniques. Mis au point avec mes collègues Filip Novkoski et Chi-Tuong Pham, ce dispositif inédit a permis l'étude de nouveaux types de solitons très différents de ceux qui sont observés en géométrie rectiligne (6). Si les structures toroïdales sont fréquentes dans la nature (anneaux de fumée, bulles sous-marines créées par les dauphins, etc.), elles sont habituellement instables, se rompant en gouttelettes ou refermant leur centre. Ce mécanisme donne enfin un moyen de les étudier dans des conditions maîtrisées.

Les solitons sont réputés pour leur robustesse, mais que deviennent-ils lorsqu'ils rencontrent un milieu irrégulier ou aléatoire ? En 2024, avec Guillaume Ricard, nous avons mené des expériences décisives dans un canal de quatre

1958

DATE à laquelle a été décrite en physique du solide la localisation d'Anderson, qui prédit qu'en milieu désordonné des ondes de faible amplitude peuvent rester piégées, incapables de se propager.

mètres de long, dont le fond pouvait être plat, périodique (comprenant une série de barres rectangulaires régulièrement espacées) ou aléatoire. Résultat : sur un fond périodique, l'onde se fractionne en plusieurs solitons de tailles différentes (7) ; sur un fond désordonné, elle se désagrège en ondes dispersives, perdant son intégrité initiale.

LA MISE EN ÉVIDENCE D'UNE INTERACTION ENTRE NON-LINÉARITÉ ET DÉSORDRE

Ces observations apportent des éléments inédits à un débat de longue date sur le comportement des solitons dans des environnements désordonnés. Elles font penser à un phénomène célèbre en physique des ondes : la localisation d'Anderson, décrite à la fin des années 1950 en physique du solide. Celle-ci prédit qu'en milieu désordonné, des ondes de faible amplitude peuvent rester piégées, incapables de se propager. Mais jusqu'ici, on ignorait si cette localisation persistait dans le cas non linéaire des grandes amplitudes - précisément celui des solitons. L'étude que nous avons menée est la première à mettre en évi-

Le soliton de Peregrine pour expliquer les vagues scélérates

Redoutées par les navigateurs, les vagues scélérates surgissent sans prévenir au milieu d'une mer apparemment calme, atteignant parfois plus de cinq fois la hauteur des vagues environnantes. Leur origine fait débat depuis des décennies. Parmi les hypothèses avancées, la plus prometteuse s'appuie sur une solution particulière de l'équation de Schrödinger non linéaire : le soliton de Peregrine. Découvert théoriquement

dans les années 1980, ce soliton n'a rien d'ordinaire. Il est localisé à la fois dans l'espace et dans le temps : une sorte d'onde « fantôme » qui apparaît, culmine, puis disparaît sans laisser de trace. Son profil correspond étonnamment bien à celui d'une vague scélérante. Sa première observation en laboratoire date de 2010, dans une fibre optique (1). Elle a aussi été visualisée en 2011 dans un canal hydraulique (2) et, plus récemment, dans

un gaz d'atomes froids (3). Depuis, des expériences menées dans de grands bassins, notamment à l'École centrale de Nantes, ont permis de reproduire statistiquement ces vagues extrêmes dans des champs d'ondes aléatoires (4). Les résultats confirment le rôle possible des solitons de Peregrine dans leur formation. Si d'autres mécanismes - interactions résonantes entre ondes non linéaires, focalisation ou effets de

courants marins - peuvent aussi intervenir (5), le modèle fondé sur les solitons reste l'un des plus emblématiques pour expliquer ces phénomènes rares et potentiellement destructeurs.

E. F.

- (1) B. Kibler *et al.*, *Nat. Phys.*, 6, 790, 2010.
- (2) A. Chabchoub *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 106, 204502, 2011.
- (3) A. Romero-Ros *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 132, 033402, 2024.
- (4) G. Michel *et al.*, *Phys. Rev. Fluids*, 5, 082801(R), 2020.
- (5) G. Michel *et al.*, *J. Fluid Mech.*, 943, A26, 2022.

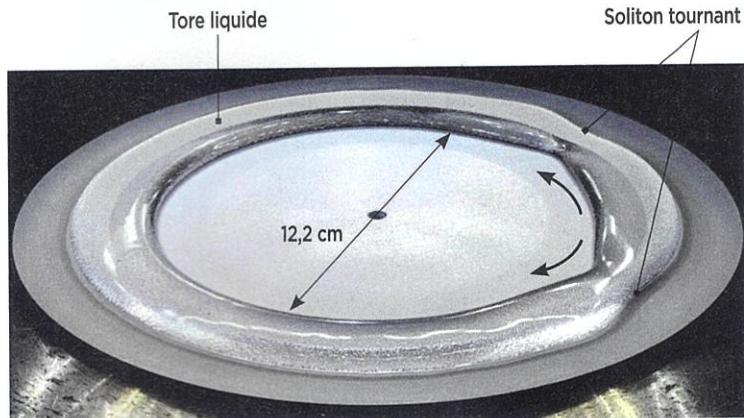
dence expérimentalement cette interaction entre non-linéarité et désordre. Ces résultats, en plus d'approfondir notre compréhension fondamentale, pourraient déboucher sur des applications concrètes : utiliser la topographie sous-marine pour atténuer la propagation de vagues extrêmes, comme les tsunamis.

Contrairement à une idée reçue, les solitons ne se limitent pas à une seule équation, ni à un seul type de milieu. Si l'équation de Korteweg-de Vries décrit très bien les vagues solitaires à la surface de l'eau peu profonde, d'autres contextes physiques nécessitent des outils mathématiques différents. Par exemple, en eaux profondes (comme dans les océans) ou dans les fibres optiques, c'est l'équation de Schrödinger non linéaire qui prend le relais. Elle donne naissance à des solitons dits « enveloppes », dont la forme est modulée soit dans le temps, soit dans l'espace, ou à la fois dans le temps et l'espace, comme le soliton de Peregrine, prototype possible des vagues scélérates (lire l'encadré p. 82). Selon les conditions, ces ondes peuvent apparaître comme des pics localisés, des trous dans un signal ou même des structures pulsantes appelées *breathers*, capables de « respirer » en évoluant.

ETENDRE LEUR DESCRIPTION À DES SITUATIONS PLUS RÉALISTES

Mais la diversité ne s'arrête pas là. D'autres équations non linéaires, telle l'équation de sine-Gordon, décrivent encore un autre type de solitons, dits « topologiques », qui relient deux états physiques distincts – comme une torsion dans une chaîne de pendules ou dans une jonction supraconductrice. Et dans le cas très particulier des milieux granulaires, une autre équation, formulée en 1983 par le physicien Vitali Nesterenko – à l'époque professeur à l'université de Novossibirsk (actuelle Russie) –, modélise des solitons acoustiques capables de se propager au sein de grains comprimés ou non, et même dans le cas où aucune onde sonore classique ne le peut. On parle alors de « vide sonique », une situation très contre-intuitive.

L'histoire des solitons est néanmoins loin d'être terminée. De multiples travaux cherchent aujourd'hui à étendre leur description à des situations plus réalistes, notamment en tenant



GÉOMÉTRIE TORIQUE

Tore liquide où l'on voit apparaître des solitons de dépression se propageant dans des directions opposées. Ce dispositif expérimental permet d'étudier la dynamique d'ondes non linéaires et de solitons dans un système périodique.

compte des pertes d'énergie. En laboratoire, un soliton s'atténue toujours un peu au cours de sa propagation, même s'il conserve sa forme – on parle alors d'autosimilarité. Or, les équations non linéaires qui décrivent parfaitement les solitons en théorie supposent un monde sans dissipation. Dès que des pertes apparaissent, ces équations ne sont plus « intégrables », et les solitons qu'elles prédisent ne sont plus des solutions exactes. Comprendre et quantifier cet écart entre théorie idéale et réalité expérimentale est devenu l'un des grands défis du domaine.

Autre frontière de nos connaissances : celle des solitons multidimensionnels. Jusqu'ici, la majorité des études portaient sur des géométries unidimensionnelles – un canal, une fibre optique. Mais dans un environnement plus complexe, comme la surface d'un lac, les ondes se propagent dans plusieurs directions. L'équation de Korteweg-de Vries ne suffit plus, et il faut faire appel à d'autres modèles. Enfin, les recherches les plus récentes s'appuient sur des outils d'intelligence artificielle afin de détecter automatiquement la présence de solitons dans de vastes ensembles de données expérimentales, ou même pour optimiser en temps réel leur propagation dans les applications. Des projets à plus long terme émergent autour de mémoires optiques reposant sur des solitons circulant en boucle dans des fibres, qui seraient des bits lumineux d'une future informatique photonique. Pouvant être de véritables fantômes ondulatoires, les solitons tracent une voie originale dans le vaste paysage des sciences non linéaires. ■

(1) J. S. Russell, *Proc. R. Soc. Edinburgh*, 11, 319, 1844.

(2) E. Fermi et al., *Los Alamos Report*, LA-1940, 1955.

(3) N. J. Zabusky et al., *Phys. Rev. Lett.*, 15, 240, 1965.

(4) E. Falcon et al., *Phys. Rev. Lett.*, 89, 204501, 2002.

(5) S. Perrard et al., *Phys. Rev. E*, 92, 010002(R), 2015.

(6) F. Novkoski et al., *Europhys. Lett.*, 139, 53003, 2022.

(7) G. Ricard et al., *Phys. Rev. Lett.*, 133, 264002, 2024.