

Génération de houle en bassin sur de grandes distances de propagation : méthode non-linéaire pour une enveloppe non-modulée

F. Bonnefoy¹, P. Suret², A. Tikan², F. Copie², G. Ducrozet¹, G. Prabhudesai³, G. Michel³, A. Cazaubiel⁴, E. Falcon⁴, G. El⁵, S. Randoux²

1. Ecole Centrale de Nantes, LHEEA, UMR 6598 CNRS, F-44 321 Nantes, France
felicien.bonnefoy@ec-nantes.fr

2. Univ. Lille, CNRS, UMR 8523 - PhLAM - Physique des Lasers Atomes et Molécules, F-59000
Lille, France

3. LPS, ENS, CNRS, Univ. Pierre et Marie Curie, Univ. Paris Diderot, F-75 005 Paris, France

4. Univ. Paris Diderot, Univ. de Paris, MSC, UMR 7057 CNRS, F-75 013 Paris, France

5. Department of Mathematics, Physics and Electrical Engineering, Northumbria University,
Newcastle upon Tyne, NE1 8ST, United Kingdom

Résumé :

On étudie la propagation d'un train d'onde monochromatique de durée finie dans un bassin de houle expérimental de grande longueur, ce type de train d'onde étant utilisé pour des essais de tenue à la mer de navire avec vitesse d'avance, à échelle réduite. La propagation s'accompagne de modulations d'origine non-linéaires, notamment du début et de la fin du paquet, qui sont gênantes puisqu'on souhaite obtenir une amplitude de houle constante à grande distance du générateur de vagues. On propose ici une solution pour contourner la modulation des bords du paquet de vagues à l'aide d'une technique de retournement temporel.

Abstract :

We study the propagation in a long wave tank of finite-time monochromatic wave packets such as the one employed for sea-keeping tests of ships with forward speed at model scale. The propagation comes with nonlinear modulations, especially at the wave front and the wave tail. Such modulations are troublesome since it is desired to obtain a constant wave amplitude at a great distance from the wave generator. A solution based on the time reversal technique is proposed here to circumvent the modulation of the wave packet edges.

Mots clefs : onde, vagues, propagation, non-linéaire, modulation, enveloppe, tenue à la mer

1 Introduction

L'étude expérimentale de la tenue à la mer d'un navire avec vitesse d'avance en houle de face se fait à échelle réduite, typiquement dans un bassin de traction de 100 à 600 m de long, équipé d'un batteur générant des vagues de longueur d'onde entre 2 et 10 m. La maquette du navire est tractée à vitesse constante depuis l'extrémité du bassin opposée au batteur et rencontre la houle après une phase d'accélération.

Une des difficultés rencontrées pour ce type d'essai est que la qualité du train d'onde généré se dégrade à grande distance du batteur par la modulation de l'enveloppe des vagues. La maquette du navire commence donc par rencontrer une houle déformée ce qui perturbe les mesures en limitant notamment la durée du régime établi.

Cette modulation est liée aux effets non-linéaires et elle se divise en 2 types. d'une part, des perturbations près du batteur se voient amplifiées par l'instabilité de Benjamin-Feir lors de la propagation dans le bassin. D'autre part, le front d'onde lié au démarrage du batteur se module lorsqu'il parcourt le bassin.

On applique habituellement une rampe de démarrage au mouvement du batteur en augmentant graduellement son amplitude jusqu'à la valeur cible. Cette rampe a pour effet de diminuer la modulation du front d'onde, au prix d'un allongement du transitoire. On souhaite ici s'affranchir de la modulation du front d'onde tout en conservant un transitoire le plus court possible, ce que l'on obtient en utilisant la réversibilité du phénomène de modulation, c'est-à-dire en générant des paquets modulés au batteur qui se démoduleront lors de la propagation.

Le cadre théorique permettant de décrire les deux modulations évoquées est celui l'équation de Schrödinger Non-Linéaire (NLS) qui décrit un champ de vague dont l'enveloppe est lentement modulée (spectre à bande étroite). La solution asymptotique du problème du dambreak décrite par El et al. [1] nous permet de comprendre la modulation expérimentale du front d'onde et d'en étudier les grandeurs d'influence.

L'approche expérimentale présentée pour corriger la modulation se déroule en deux étapes. On génère une première fois la houle mono-chromatique, qui subit la modulation, et on mesure le paquet modulé au centre du bassin, sans le navire. A partir de cette mesure à mi-longueur du bassin, on construit un second mouvement batteur à l'aide de la technique de retournement temporel. En imposant le mouvement ainsi construit au batteur, on génère un second train de vagues et on obtient la démodulation de ce paquet de vagues lors de la propagation jusqu'au centre du bassin.

La méthode est appliquée expérimentalement dans le bassin de traction du LHEEA à l'ECN. Cette application permet de valider l'approche et de dégager les avantages et les inconvénients de la méthode par rapport à la technique classique d'allonger la rampe de démarrage et de discuter de son utilisation pratique lors des essais de tenue à la mer des navires en bassin de traction.

2 Description du montage expérimental

On réalise des expériences dans le bassin de traction du LHEEA à Centrale Nantes, de longueur 143 m, de largeur 5 m, de profondeur 3 m montré sur la Figure 1. Le générateur de houle est un batteur de type volet plan articulé au fond, de largeur 5 m et de hauteur 3 m, dont le déplacement est assuré par un servo-vérin hydraulique contrôlé par ordinateur (Figure 1, à gauche). A l'opposé du batteur, une plage en pente douce assure l'amortissement des vagues incidentes. Pour la présente étude, on améliore les performances de cette plage en ajoutant une ligne d'eau de piscine, déployée en forme de V sur une

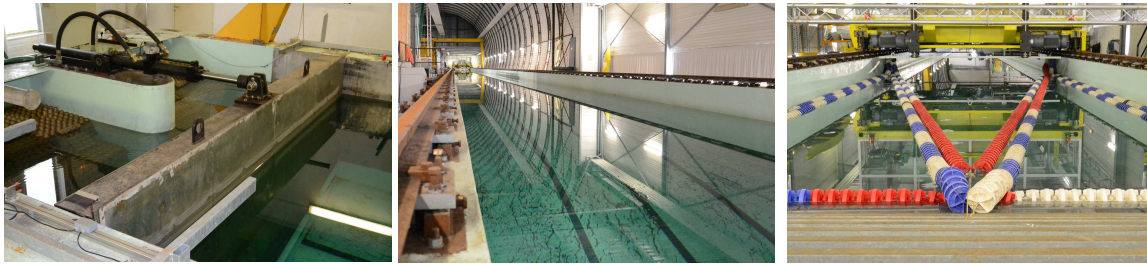


FIGURE 1 – Photographies du bassin (à gauche : générateur et vérin hydraulique, au milieu : vue du bassin, à droite : plage d’amortissement et lignes d’eau de piscine en V.

longueur de 15 m (Figure 1, à droite). Le V central reproduit le principe des parois absorbantes des chambres anéchoïques.

Vingt sondes résistives régulièrement réparties tous les 6 m constitue le réseau de mesure et fournissent au cours du temps l’évolution locale de la hauteur d’eau. Le temps $t = 0$ correspond à l’instant de démarrage du mouvement du batteur. L’origine du repère est placée au niveau du batteur et les positions sont comptées positivement vers la plage, de sorte que les sondes sont positionnées entre 6 et 120 m.

3 Observation de la houle modulée

La Figure 2 montre le résultat d’un essai illustrant la modulation, pour une houle de longueur d’onde $\lambda = 1.2$ m (fréquence $f_0 = 1.15$ Hz) et d’amplitude $a = 1.5$ cm (cambrure $H/\lambda = 2a/\lambda = 3\%$ ou $k_0 a = 0.08$ avec k_0 le nombre d’onde par la relation de dispersion linéaire en eau profonde $(2\pi f_0)^2 = gk_0$). Le batteur est mis en action avec une amplitude constante pendant une durée $T = 30$ s (signal en bas à gauche sur la Figure 2). On observe que proche du batteur, le paquet est peu modulé et que, loin du batteur, apparaît aux deux bords du paquet (front d’onde et queue d’onde) une modulation qui se propage vers le centre du paquet.

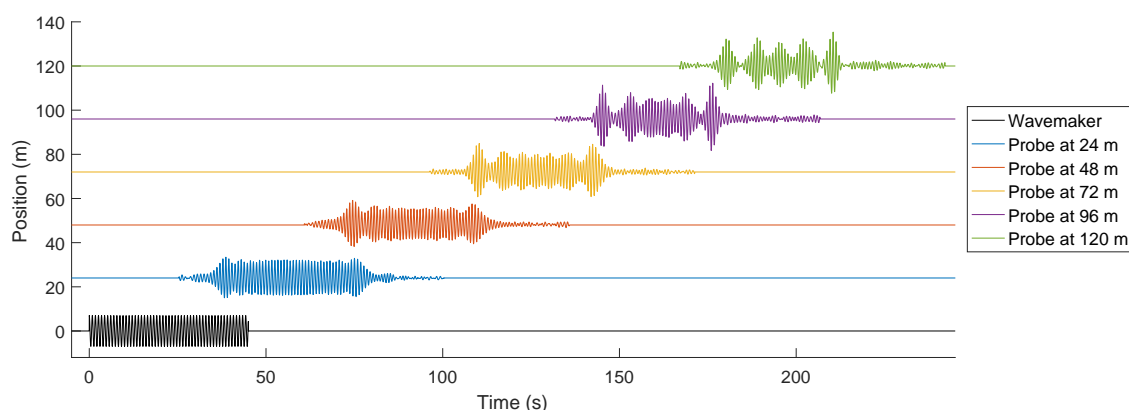


FIGURE 2 – Signaux mesurés pour le mouvement batteur et les hauteurs d’eau de différentes sondes (les mesures sont normalisées et décalées de la position de la sonde), paramètres $f_0 = 1.15$ Hz, $a = 1.5$ cm, durée $T = 30$ s.

Pour les études de tenue à la mer des navires réalisées habituellement dans ce bassin de traction, la zone cible dans laquelle la houle doit être correcte se situe entre les distances 30 m et 100 m du batteur, là

où le navire a atteint sa vitesse cible et avant la zone de décélération. La Figure 2 montre que pour les sondes dans cette zone cible, notamment celle à 96 m, on voit une forte modulation de l'enveloppe de la houle. Cette modulation se caractérise par l'existence de paquets de vagues isolés d'amplitude double de celle du paquet, à l'avant et à l'arrière de ce paquet. Pour la sonde la plus loin du batteur à 120 m, on voit que les deux modulations se sont rejointes du fait de la durée faible du paquet présenté ($T = 30$ s).

4 Théorie

La modulation observée des bords temporels du paquet de vagues s'explique dans le cadre de l'équation de Schrödinger non-linéaire focalisante, qui décrit l'évolution d'un champ de vague dont l'enveloppe est lentement variable en espace, en eau profonde. La solution asymptotique présentée par El et al. [1] est valide lorsque le front d'onde est suffisamment loin de la perturbation initiale (ici au niveau du batteur, lors du démarrage et de l'arrêt de ce dernier). Elle modélise l'évolution de la modulation non-linéaire du front d'onde (problème dit de rupture de barrage), voir en Annexe. La solution asymptotique prédit que la zone modulée s'élargit au cours de la propagation et que des paquets de vagues courts et d'amplitude plus grande que celle du régime établi apparaissent. Ces paquets finissent par être isolés les uns des autres, d'amplitude double et leur nombre augmente à mesure que la zone modulée s'élargit avec la distance ; ils s'apparentent aux solitons d'enveloppe de l'équation NLS.

La modulation théorique est gouvernée par le paramètre sans dimension $X = (k_0 a)^2 k_0 x / 2$. Cette distance de propagation non-linéaire adimensionnelle est quadratique en cambrure $k_0 a$ à fréquence fixée et quadratique en fréquence f_0 à cambrure fixée. A fréquence donnée, doubler la cambrure fait apparaître la modulation à une distance 4 fois plus faible.

5 Génération de houle démodulée

On présente maintenant sur la Figure 3 le champ de vague mesuré lors d'un second essai lorsque le mouvement batteur est obtenu par retournement temporel de la houle mesurée à 80 m lors du premier essai.

Pour obtenir ce mouvement batteur, on a besoin d'un signal de houle à la position du batteur : on utilise la mesure précédente mais on lui applique un retournement temporel, c'est-à-dire qu'on la rejoue à l'envers : on commence par la queue du train d'onde mesuré puis le régime établi et on termine par le front d'onde.

Le cas de la Figure 3 est celui d'une houle de longueur d'onde $\lambda = 1.2$ m, comme celui de la Figure 2, mais avec une amplitude plus faible $a = 1.1$ cm (cambrure $H/\lambda = 2\%$, $k_0 a = 0.06$) et une durée plus longue $T = 60$ s.

On observe que le paquet de vagues mesuré près du batteur, pour la sonde à 6 m, est modulé. Proche du centre du bassin, le paquet présente des bords droits sur la sonde placée à la distance de 80 m avec des transitoires très courts. La houle générée dans le bassin grâce au retournement temporel d'un signal à mi-longueur subit bien une démodulation lors de sa propagation. Cette démodulation s'observe sur les sondes voisines de celle à 80 m également ce qui permet d'envisager des essais de tenue à la mer avec des transitoires réduits et d'amplitude maîtrisée dans la zone centrale du bassin.

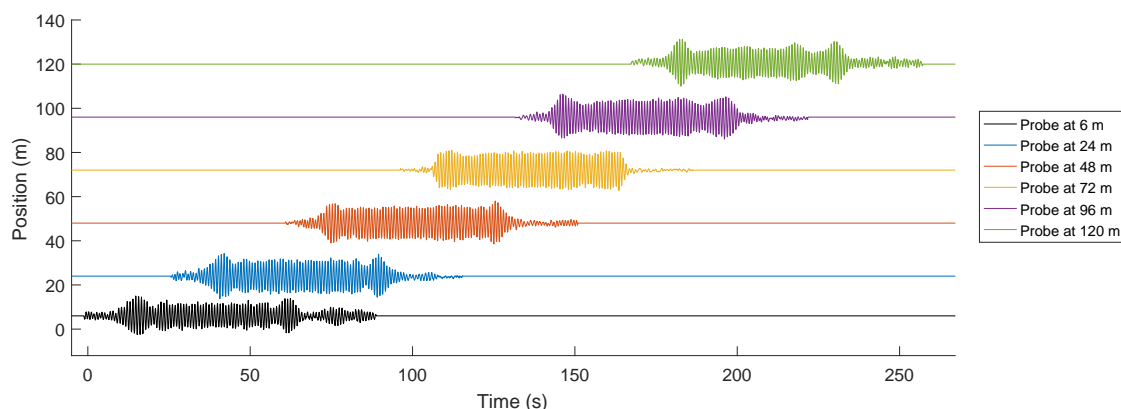


FIGURE 3 – Signaux mesurés pour le batteur et différentes sondes (les mesures sont normalisées et décalées de la position de la sonde), paramètres $f_0 = 1.15$ Hz, $a = 1.1$ cm, durée $T = 60$ s.

6 Discussion

La trajectoire du navire lors de l'essai de tenue à la mer souhaitée est la suivante : le navire est accéléré depuis une position $p_0 = 140$ m de départ, jusqu'à la vitesse cible V puis maintenu à vitesse constante ; il rencontre la houle à partir d'une position $p_1 = 100$ m jusqu'à la position $p_2 = 30$ m, ce qui constituera le régime établi. Puis il est freiné pour s'arrêter devant le batteur.

En notant t_0 et p_0 le temps et la position de départ du navire, la trajectoire s'exprime simplement par la position $p(t) = p_0 - V(t - t_0)$ (on a négligé ici la phase d'accélération pour simplifier). Il reste à déterminer le temps de départ t_0 en le reliant aux conditions de houle. Le fait que le navire rencontre le front d'onde à une distance $p_1 = 100$ m du batteur se traduit par la condition $p(t = p_1/c_g) = x_f$; on obtient le temps de départ $t_0 = p_1/c_g - (p_0 - p_1)/V$. Le fait que le navire ralentisse après avoir passé la position $p_2 = 30$ m conduit à une condition sur la durée de génération T_g de la houle. Pour minimiser les temps d'attente entre chaque essai, on a intérêt à réduire au strict minimum les temps de génération donc on choisit d'ajuster la durée T_g pour que le paquet de vagues s'arrête lorsque le navire arrive à une distance $p_2 = 30$ m du batteur. On trouve que la génération doit se faire pendant un temps $T_g = (p_1 - p_2)/c_g + (p_1 - p_2)/V$ (on a négligé ici les durées des zones modulées de part et d'autre du paquet).

On considère un exemple d'une maquette de navire de $L = 2.4$ m de long, évoluant à un nombre de Froude $Fr = 0.4$, soit une vitesse $V = 1.4$ m/s. La houle de longueur d'onde $\lambda = 2L$ a pour période $T_0 = 1.4$ s. La Figure 4 montre les mesures d'essais pour une houle de longueur d'onde $\lambda = 1.2$ m (fréquence $f_0 = 1.15$ Hz) et d'amplitude $a = 1.1$ cm (cambrure $H/\lambda = 2a/\lambda = 6\%$ ou $k_0a = 0.06$). Les sondes utilisées sur cette Figure 4 sont situées après 75 m, de manière à bien voir la zone de rencontre située à 100 m. A gauche de la Figure 4 l'essai est sans correction, à droite l'essai avec correction de la modulation par retournement temporel. La ligne en pointillés noirs sur la Figure 4 matérialise la trajectoire du navire. La comparaison des signaux des mêmes sondes à gauche et à droite montre que la correction améliore nettement la qualité du régime établi. Le navire rencontrant la houle évolue à droite dans un champ de vagues uniforme, comme désiré.

Pour l'essai présenté sur la Figure 4, qui est de cambrure faible $k_0a = 0.06$, la modulation n'est pas pleinement développée, au sens où les solitons attendus, d'amplitude double, ne sont pas encore séparés

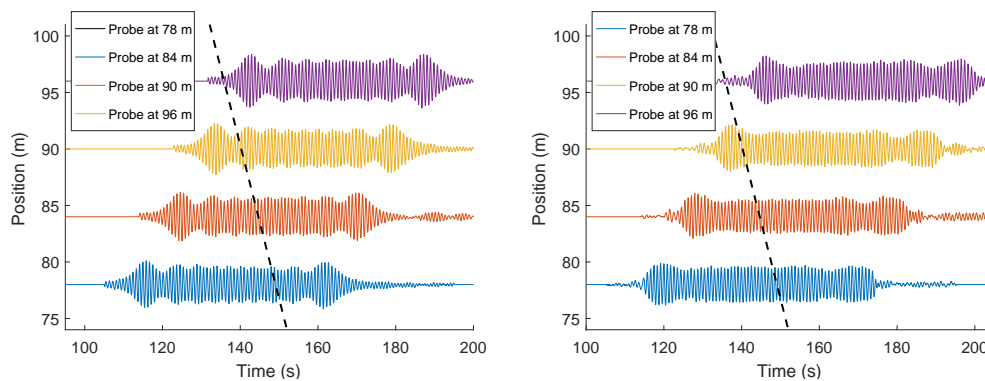


FIGURE 4 – Signaux mesurés pour les sondes en aval du centre du bassin. A gauche : houle modulée, à droite : houle démodulée. Paramètres $f_0 = 1.15$ Hz, $a = 1.1$ cm, durée $T = 60$ s, vitesse d’avance $V = 1.4$ m/s, $p_0 = 140$ m, $p_1 = 100$ m, $p_2 = 30$ m. On peut remarquer également que la durée T du paquet lors de l’essai est inférieure à la valeur requise T_g : le navire sortira prématurément du paquet de vagues, avant d’avoir atteint la position p_2 visée.

du paquet comme ils le sont sur la Figure 2. On a vu précédemment que la distance adimensionnelle $X = (k_0 a)^2 k_0 x / 2$ gouvernant la modulation permet de dire que la modulation observée lors de l’essai sur la Figure 4 à gauche aura si on double l’amplitude de la houle une distance 4 fois plus grande pour se développer. Des essais pour des cambrures plus élevées vont être réalisés prochainement et seront présentés lors du CFM.

Ces résultats sont facilement transposables à d’autres bassins, via une similitude de Froude. Ainsi, les essais présentés sur la Figure 4 correspond à une période des vagues de 1.8 s, une longueur d’onde 5 m, une hauteur de 12 cm et un bateau de 10 m de long naviguant à 3 m/s dans un bassin de 600 m de long (échelle géométrique 1/4 en espace et 1/2 en temps, par similitude).

Pour terminer, les essais de houle de courte longueur d’onde et de cambrure élevée sont sujet également à l’instabilité de Benjamin-Feir. Au cours du mouvement du batteur, tout bruit d’origine mécanique (vibration, défaut d’asservissement) ou hydrodynamique (houle résiduelle) constitue un ensemble de perturbations périodiques qui se voient amplifiées lors de la propagation. Cette instabilité ne concerne pas cette fois les bords temporels du paquet (on parle dans ce cas de perturbation locale) mais toute la partie établie du paquet et l’approche présentée ici n’apportera a priori pas d’amélioration.

7 Remerciements

Ces travaux ont été financés dans le cadre du projet ANR DYSTURB project No. ANR-17-CE30-0004. Nous tenons à remercier l’équipe technique du LHEEA, notamment Anne Levesque, pour son aide lors du montage de l’expérience.

8 Annexes

8.1 Theoretical Frame

The wavefield is described by the time and space evolution of the water surface η that may be written

$$\eta(t, x) = \psi(t, x) \exp i(\omega_0 t - k_0 x),$$

where the wavenumber k_0 satisfies the deep-water dispersion relation $\omega_0^2 = gk_0$. We assume here that the envelope $\psi(t, x)$ is slowly varying with time t and distance to the wavemaker x . In other words, the spectrum is narrow-banded and we consider relative bandwidth of order of the wave slope, that is $\Delta\omega/\omega_0 = O(\varepsilon)$. We can then write the envelope as $\psi(t_1, x_2)$ with $t_1 = t'_1 - x_1/c_g$, $t'_1 = \varepsilon t$, $x_1 = \varepsilon x$ and $x_2 = \varepsilon^2 x$, where c_g is the group velocity (half the phase velocity $c = \omega_0/k_0$ for deep-water waves). In this formulation, the wave slope is defined by $\varepsilon = k_0\langle|\psi|\rangle$ or $k_0 \max|\psi|$. The envelope satisfies the focusing NSL equation given by

$$i\psi_{x_2} + \frac{1}{g}\psi_{t_1 t_1} + k_0^3|\psi|^2\psi = 0.$$

Introducing the non-dimensional slow variables $\tau = \omega_0 t_1/\sqrt{2}$ and $X = k_0 x_2/2$, the dimensionless NLS equation for $q = k_0\psi/\varepsilon$ reads

$$iq_X + q_{\tau\tau} + 2|q|^2q = 0.$$

8.2 Dispersive dam break solution

The NLSE admits nonlinear periodic solutions (see [1]) in the form of one-phase periodic waves depending on two simple spectrum points (Riemann invariants, genus one spectral surface) $\alpha_0 = i$ and $\alpha_1 = a_1 + ib_1$. The envelope may be written as $q(\tau, X) = f(\tau, X) \exp iX$ with the squared magnitude

$$|f|^2 = (1 + b_1)^2 - 4b_1 \operatorname{sn}^2 \left(\frac{k_1 K(m)}{\pi} (\tau - UX + \xi_0); m \right)$$

and the phase

$$\arg f = \omega_1 \tau - k_1 X + \phi$$

where $K(m)$ is the complete elliptic integral of the first kind, $U = a_1$ the phase velocity of the nonlinear envelope wave, ω_1 its frequency, k_1 its wavenumber, both linked by the relation $\omega_1 = k_1 U$. The variables ξ_0 and ϕ are arbitrary phases.

The wavemaker (at $X = 0$) starts at $\tau = 0$, generates the wavefield and stops at time $\tau = \tau_s$. The wave packet consists in a wavefront, a steady harmonic regime and a wave tail. Both transient parts are a local perturbation in time of the wavemaker motion, during a short duration Δt (ramp). In this NLS-box problem, the local perturbations evolve as two counter-propagative slowly modulated nonlinear periodic solution of NLSE known as dispersive dam break. This asymptotic solution is valid when the size of the modulated zone is large w.r.t. the initial local disturbance. When the wavefront is far away from the wavemaker, at $X \gg c_g \Delta t$, the modulated zone is given by $0 < \tau < 4\sqrt{2}X$.

For each point (τ, X) of the modulated zone, the modulus m and the parameters a_1 and b_1 depend on τ/X only and satisfy the system

$$\begin{aligned} \frac{a_1^2 + (1 - b_1)^2}{a_1^2 - b_1^2 + 1} &= \frac{E(m)}{K(m)} \\ m(a_1^2 + (1 - b_1)^2) &= 4b_1 \\ 2a_1^2 + 1 - b_1^2 &= a_1 \frac{\tau}{X} \end{aligned}$$

where $E(m)$ is the complete elliptic integral of the second kind. The evolution of the parameters m, a_1, b_1 is shown on Figure 5.

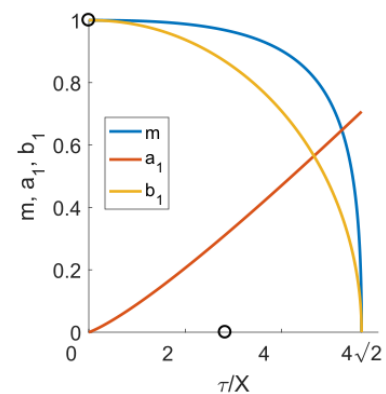


FIGURE 5 – Variation of m, a_1, b_1 in the modulated region.

In the modulated region $0 < \tau < 4\sqrt{2}X$, the envelope oscillates between $1 - b_1(\tau/X)$ and $1 + b_1(\tau/X)$. The envelope is shown on Figure 6 for various phases ξ_0 . This arbitrary phase ξ_0 needs to be adjusted at one position X and then the asymptotic solution is in phase with the observations for all X .

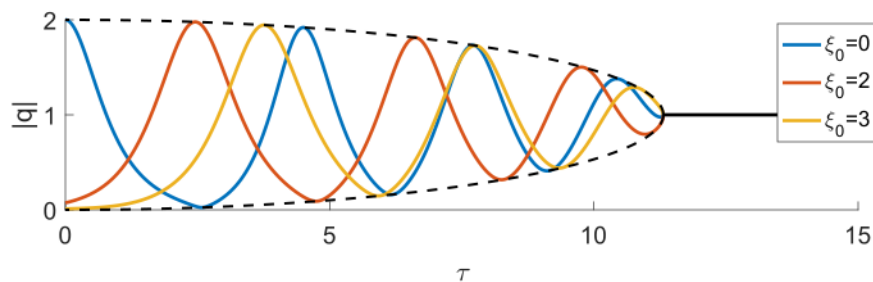


FIGURE 6 – Modulated envelope for various phases ξ_0 at $X = 2$, showing the modulated solution propagating to the right.

8.3 Back to physical world

The modulated zone expands during the propagation along the tank, with velocity $\mp c_g/(2\varepsilon)$ relative to the wave front/tail. The modulated solution predicts that the edges of an initially rectangular wave packet deforms during their propagation, that solitons are formed at the outer end of the modulated zones, with an amplitude twice the wave amplitude.

Références

- [1] G. A. EL, E. G. KHAMIS, AND A. TOVBIS, Dam break problem for the focusing nonlinear Schrödinger equation and the generation of rogue waves, *Nonlinearity*, **29**, 2798 (2016).
- [2] F. BONNEFOY, P. SURET, A. TIKAN, F. COPIE, G. PRABHUDESAI, G. MICHEL, A. CAZAUBIEL, E. FALCON, G. EL, AND S. RANDOUX, From Benjamin-Feir instability to focusing dam breaks in water waves, *en préparation*, (2019).
- [3] F. AUDDO AND B. KIBLER AND J. FATOME AND C. FINOT, Experimental observation of the emergence of Peregrine-like events in focusing dam break flows, *Optics Lett.*, **43**, 12 (2018).

- [4] A. E. KRAYCH, P. SURET, G. EL, AND S. RANDOUX, Nonlinear evolution of the locally induced Modulational Instability in fiber optics, *Phys. Rev. Lett.*, **122**, (2019).