

Génération d'ondes à la surface d'un fluide par un fond mobile

Gerardo Ruiz-Chavarria^{1,2}, Michael Berhanu² & Eric Falcon²

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

² Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, MSC, UMR 7057 CNRS - 75 013 Paris, France
gruiz@unam.mx

Abstract. A tsunami occurs usually in the presence of an earthquake produced by a relative sliding motion of tectonic plates at the sea-ground. A wave of large wavelength compared to the ocean depth is so generated. We present an experimental study of the generation of this phenomenon, as it is still quite unknown. Indeed, most of theoretical works consider that the initial deformation of the free surface is given by a translation of the sea-ground to the free surface. However, this assumption is not valid if the sea-ground vertical velocity is small compared to the velocity of generated surface waves. In order to study an analogous of tsunami formation in the laboratory, a tank is filled with a shallow water layer. An elastic membrane located at the bottom of the tank can be deformed periodically or impulsively. Measurements of velocity field in the fluid using PIV and measurements of the free surface displacement were performed in order to better understand wave formation from a dynamic deformation of the tank bottom. First, at small enough frequency of the sinusoidal forcing, a phase difference is observed between bottom displacement and free surface displacement. This phase difference changes as the excitation frequency increases, showing the necessity to take in account the ground dynamic to describe appearance of a such wave. In a second part, we study the impulsive regime relevant for tsunami formation. In preliminary measurements, we show that, in case of a slow bottom deformation, the displacement of the free surface cannot be simply extracted from a simple translation of the bottom displacement to the free surface. Indeed, a wave train is forming at the free surface during the bottom deformation. The measured shape of this interface as a function of time is found in qualitative agreement with a linear model.

1 Introduction

Un tsunami est généralement engendré par la déformation du fond marin lors d'un tremblement de terre. La zone de rupture entre deux plaques tectoniques s'étale sur des longueurs typiques de quelques centaines de kilomètres. Au voisinage de la zone de rupture se produit une déformation verticale à la surface de l'océan de l'ordre d'une dizaine de centimètres engendrant une vague de faible amplitude en pleine mer et de longueur d'onde très supérieure à la profondeur typique de l'océan $h \sim 4$ km. La période typique d'une telle vague est comprise entre 10 et 30 minutes et sa vitesse de phase est $c = \sqrt{gh} \simeq 200$ m/s, soit environ 700 km/h. Les phases de propagation et de déferlement près de la côte sont relativement bien comprises, contrairement à la phase de génération qui a été beaucoup moins étudiée. L'hypothèse la plus couramment utilisée pour la génération est que la déformation de la surface libre est exactement la même que celle du fond marin. Cette hypothèse dite « passive » ne prend pas en compte la vitesse de rupture entre les plaques tectoniques ou son temps caractéristique.

Hammack a mis en évidence, dès les années 70, l'importance de la dynamique de la déformation sur la génération d'ondes de surface [1]. Pour cela, il utilise un canal rempli d'eau au fond duquel se trouve un bloc solide dont il fait varier l'amplitude et la durée de son déplacement afin de déterminer les écarts au modèle passif. Il met en évidence que l'amplitude des vagues produites décroît lorsque la vitesse de déplacement du fond diminue par rapport à la vitesse de phase des vagues, tout choses étant égales par ailleurs. Il développe aussi une modélisation basée sur une théorie linéaire pour la forme initiale de la surface libre en considérant un déplacement arbitraire du fond. Plus récemment, le problème a été abordé numériquement par Dutykh et al. [2] et le processus de génération passive a été comparé à un modèle hydrodynamique linéaire [3]. Les non-linéarités ont été prises en compte ultérieurement lors de simulations numériques de l'écoulement en eau peu profonde. Enfin, le problème complet a été abordé en résolvant les équations de l'élasticité pour le fond solide et les équations hydrodynamiques [4]. Ces travaux récents

pourraient être validés en les confrontant à des mesures en laboratoire où une déformation de la surface libre est produite par une déformation contrôlée du fond. L'évolution des techniques expérimentales permet de caractériser à la fois l'écoulement hydrodynamique et la forme spatiotemporelle des interfaces, permettant de compléter fructueusement les travaux précurseurs de Hammack.

2 Dispositif expérimental

Nous étudions la déformation de la surface libre d'une couche d'eau soumise à une déformation du fond au sein d'une cuve en plexiglass de $110 \times 110 \times 30$ cm³. L'épaisseur de la couche d'eau est $h = 2.5$ cm, les longueurs d'ondes testées sont $10 \leq \lambda \leq 20$ cm ($kh = 2\pi h/\lambda \sim 1$) et les vitesses de phase correspondantes de 0.2 à 0.5 m/s. La cuve est trouée en son centre sur un diamètre de 6 cm et une membrane élastique garantie l'étanchéité. La membrane est en contact avec un piston connecté par une tige verticale à un vibreur électromagnétique situé en dessous de la cuve. Le piston présente une symétrie de révolution, de diamètre 5 cm, permettant d'obtenir une déformation de la membrane axisymétrique au centre de la cuve. En supposant que le champ de vitesse et la déformation de la surface libre restent aussi axisymétriques, il suffit donc de mesurer ces valeurs dans un plan passant par le centre pour caractériser entièrement le phénomène. Deux types de déformation du fond sont considérées : i) une déformation périodique liée à un forçage sinusoïdal de fréquence f avec $3 \leq f \leq 9$ Hz, ou ii) une impulsion positive de la forme $U = U_0 [1 - \exp(-t/\tau)]$.

Le champ vitesse au sein de la couche de fluide et le déplacement de la surface libre sont mesurées. Le champ de vitesse est obtenu par PIV (Dantec), composé d'une caméra rapide Phantom V9.1, d'un laser vert continu (2 W, 532 nm) et du logiciel Dynamic Studio. Le champ de vitesse est mesuré dans un plan vertical qui passe par le centre la cuve, correspondant au plan illuminé par la nappe laser. L'ensemencement du fluide est réalisé avec des sphères creuses en verre dont la taille est de 10 μ m. La taille du capteur CCD de la caméra est de 1632×1200 pixels.

Pour la détermination de la déformation de la surface libre, nous avons enregistré des images à la caméra rapide entre 200 et 400 fps sur un domaine vertical de 17×4 cm en utilisant la nappe laser de la PIV. La détection de l'interface a été faite avec des outils de traitement d'images du logiciel Scilab. Afin de lisser la forme de l'interface une interpolation des données est réalisée avec un polynôme d'ordre 6. La même procédure a été faite pour la détermination de la forme de la membrane au fond de la cuve à partir des images de la caméra.

3 Forçage sinusoïdal du fond

En réponse à une excitation sinusoïdale de fréquence $3 \leq f \leq 9$ Hz envoyée au vibreur, la membrane subit un déplacement périodique $b_0(t) = b_m \sin(\omega t)$ avec $\omega = 2\pi f$. L'amplitude maximale de la déformation du fond $b_m = 1$ mm est fixée quelque soit f . La vitesse maximale de la déformation du fond est donc $V_m = b_m \omega$ correspondant à $0.02 \leq V_m \leq 0.06$ m/s. Pour les longueurs d'ondes correspondantes, on se trouve donc dans le régime où $V_m < c$ avec $c = \Omega/k$ la vitesse de phase des ondes et $\Omega^2 = gk \tanh(kh)$ la relation de dispersion.

La Fig. 1 montre l'évolution de la position du fond $b(t)$ et celle de la surface libre $\eta_0(t) \equiv \eta(x=0, y=0, t)$ au centre de la cuve (et de la membrane) pour $f = 4$ et 9 Hz. Pour $f = 4$ Hz, on observe que $b_0(t)$ et η_0 ne sont pas en phase : la surface libre est en retard par rapport au fond. Pour $f = 9$ Hz, les deux déformations sont synchronisées. La différence de phase $\phi(f)$ entre $b_0(t)$ et $\eta_0(t)$ est tracée en Fig. 2 en fonction de la fréquence f . $\phi(f)$ augmente puis atteint une valeur constante pour $f \geq 6$ Hz pour laquelle les déformations du fond et de la surface libre sont synchronisées.

La Fig. 3 montre la forme de la surface libre en fonction de la distance x par rapport au centre de la cuve à un instant donné pour $f = 4$ et 9 Hz. Dans le premier cas, la propagation s'étend au-delà de la taille de la membrane. Pour $f = 9$ Hz, la déformation de la surface libre reste localisée à l'aplomb de la membrane.

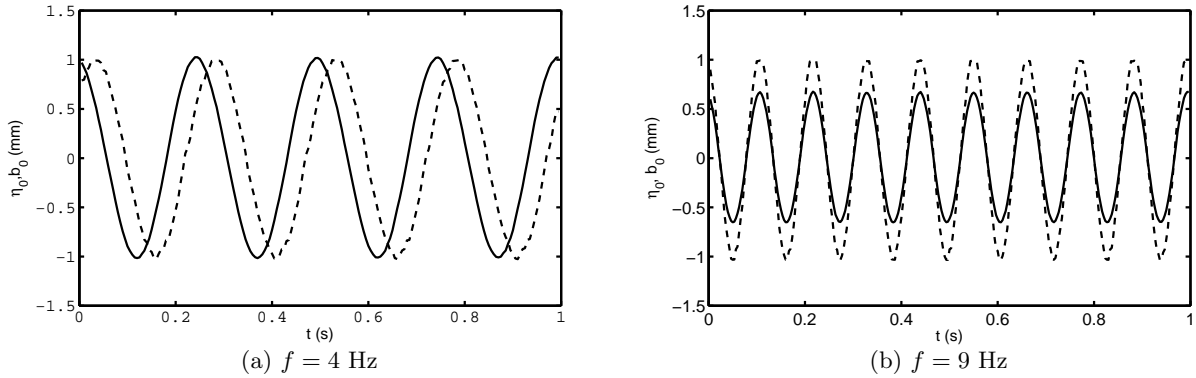


Figure 1. Evolution temporelle de la déformation du fond $b_0(t)$ (—) et de la surface libre $\eta_0(t)$ (- -) pour deux fréquences de forçage différentes. Pour $f \leq 6$ Hz, $b_0(t)$ et $\eta_0(t)$ sont synchronisés avec une différence de phase de 2π .

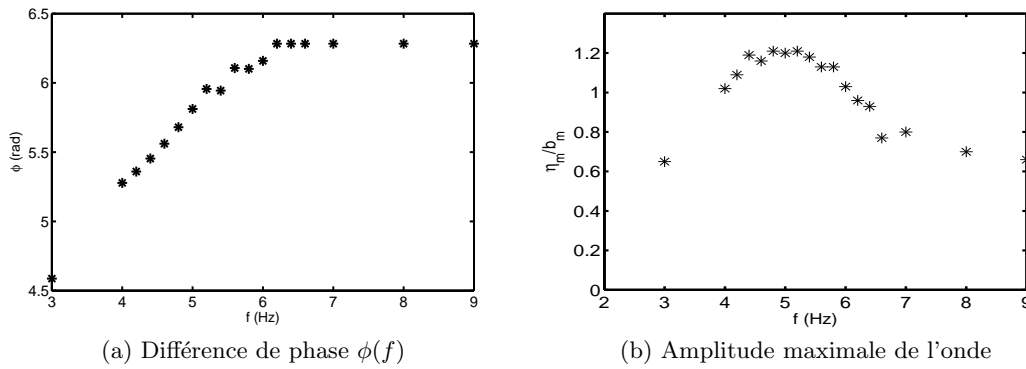


Figure 2. Différence de phase $\phi(f)$ (a) entre les déformations du fond $b_0(t)$ et de la surface libre $\eta_0(t)$ en fonction de la fréquence. Amplitude maximale de l'onde (b) divisée par celle de la déformation du fond en fonction de f .

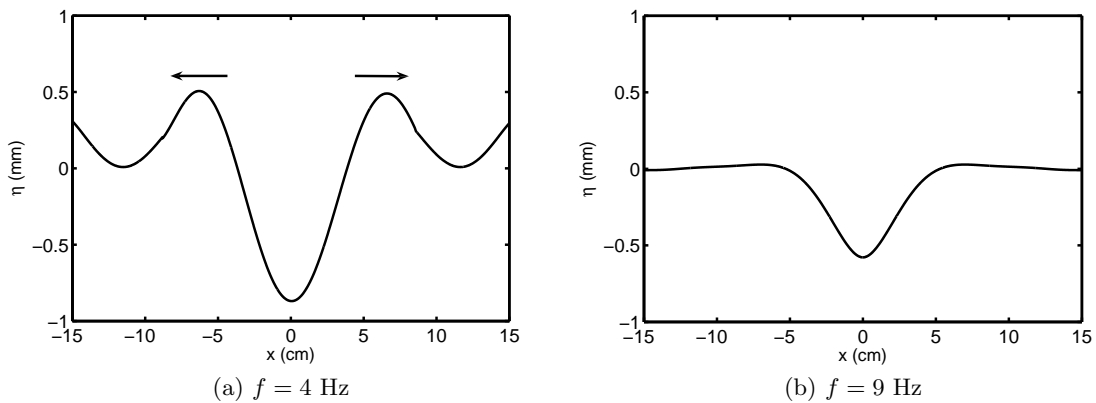


Figure 3. Forme spatiale de la surface libre η par rapport à la distance x au centre de la cuve à un instant donné pour deux fréquences de forçage différentes. Pour $f = 4$ Hz, la vague s'éloigne du centre alors que pour $f = 9$ Hz, une forte atténuation spatiale de la déformation de la surface libre est observée. La taille typique de la zone déformée initiale du fond est $-2,5 \leq x \leq 2,5$ cm.

La Fig. 4 montre le champ de vitesse au sein du fluide dans un plan vertical qui passe par le centre de la cuve à deux instants différents pour $f = 4$ et 9 Hz. Pour $f = 4$ Hz, la composante verticale de la vitesse à un x fixé a des variations importantes entre le fond et la surface libre, ce qui est en accord avec la différence de phase observée ci-dessus. D'autre part, même si la vitesse diminue avec la distance x , elle ne s'annule pas. De plus, la vitesse horizontale change de signe avec la distance x pour une altitude z donnée. Pour $f = 9$ Hz, les variations de la composante verticale de la vitesse en fonctions de l'altitude z à un x fixé à l'aplomb de la membrane ($x \leq 2.5$ cm) sont moins importantes que pour le cas précédent, l'atténuation en s'éloignant du centre étant aussi beaucoup plus importante.

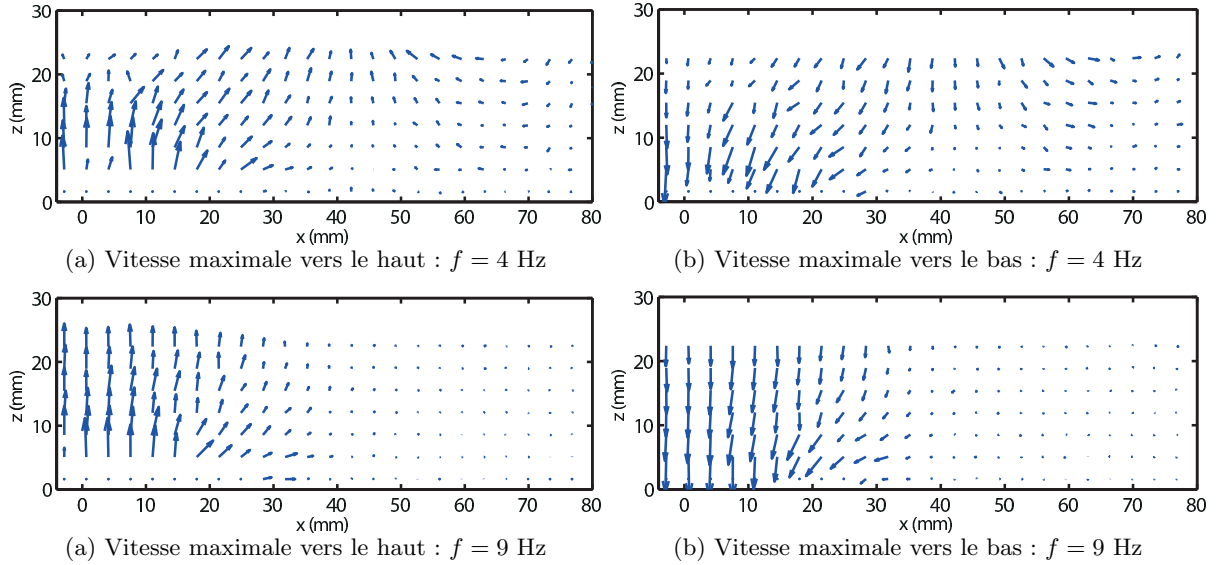


Figure 4. Champ de vitesse au sein du fluide dans une région située à l'aplomb de la moitié de la taille de la membrane à deux instants différents séparés d'une demi-période où la vitesse de la membrane est maximale vers le haut (a et c) ou maximale vers le bas (b et d). Fréquence de $f = 4$ Hz (a et b) et $f = 9$ Hz (c et d). Centre de la membrane est située à $x = 0$. La taille typique de la zone déformée initiale du fond est $x \leq 2.5$ cm.

Ces résultats peuvent s'interpréter comme décrits par la suite. Si la vitesse de déformation de la membrane est suffisamment rapide, le mouvement des particules fluides suit intégralement la déformation du fond. Il en résulte une déformation de la surface libre qui peut se déduire par simple prolongation des vecteurs vitesses. La déformation reste localisée au voisinage immédiat de la membrane. En revanche, pour une vitesse de déformation assez lente comparée à la vitesse des ondes de surface, la déformation de la surface libre a le temps de relaxer vers sa position d'équilibre en émettant radialement des ondes de surfaces du fait de la force de rappel de gravité. Le rapport entre ces deux vitesses, à la transition entre les régimes de déformation lente et rapide, est trouvée être $V_m/c = \omega b_m/\sqrt{g\bar{h}} = 0.08$. Par ailleurs, en régime sinusoïdal, nous observons pour certaines fréquences la formation au bout d'un certain temps d'un régime d'ondes stationnaires oscillant à la fréquence d'excitation. La forme et l'amplitude de ce régime stationnaire est un problème non trivial qui ne peut pas être étudié en utilisant un modèle linéaire, du fait de l'existence de résonances et de l'implication vraisemblable des parois.

4 Forçage impulsionnel du fond

Des expériences ont été réalisées avec une impulsion de tension appliquée au vibreur de la forme $U(t) = U_0 [1 - \exp(-t/\tau_v)]$ avec $\tau_v = 10^{-3}$ s. Du fait de la réponse du vibreur, la membrane se déplace plus lentement produisant une vitesse maximale V_m mesurée d'environ 0.1 m/s. En effet, la forme de la

déformation imposée expérimentalement à la membrane est bien décrite par $b_0(t) = b_m [1 - \exp(-t/\tau)]$, avec $\tau = 8.4 \times 10^{-2}$ s et $b_m = 5$ mm. Sur la Fig. 5, les déformations du fond $b_0(t)$ et de la surface libre $\eta_0(t)$ au centre de la cuve sont représentées en fonction du temps. L'amplitude maximale de la déformation de la surface libre est trouvée 5 fois plus faible que celle de la membrane. De plus, $b_0(t)$ a une déformation exclusivement positive, tandis que $\eta_0(t)$ atteint une amplitude maximale, suivie d'une diminution jusqu'à des valeurs négatives avant de tendre vers sa position d'équilibre.

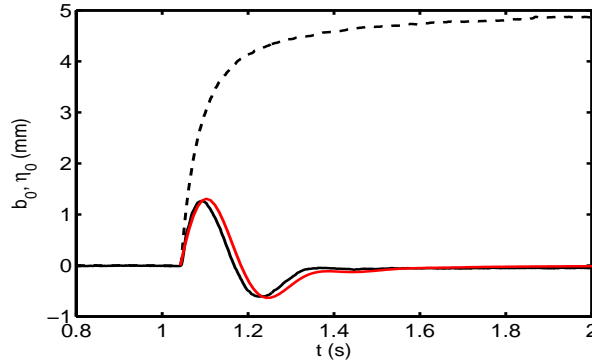


Figure 5. Evolution temporelle de la déformation du fond $b_0(t)$ (---), de la surface libre $\eta_0(t)$ (—) au centre de la cuve ($x = 0$), et de la surface libre calculée par le modèle (— rouge) d'Eq. (1). La déformation du fond est 5 fois plus grande que celle de la surface libre.

La présence d'une élévation suivie d'une dépression au centre du système en réponse à un déplacement purement positif du fond est très différente des prédictions de la méthode dite passive où la déformation est simplement translatée à la surface libre. Cela provient du fait qu'à la surface de l'eau un train d'ondes se forme dans la région où le fond se déforme. Pour s'en convaincre, la Fig. 6 montre la déformation de la surface libre $\eta(x, 0, t)$ pour $x = 2$ cm et $x = 10$ cm, et est comparée au modèle décrit ci-dessous. Après $x = 2$ cm de propagation, l'amplitude maximale de $\eta(t)$ a diminué, et un autre maxima semble apparaître derrière le front d'ondes. Après s'être propagée, le pulse s'amortit et se déforme.

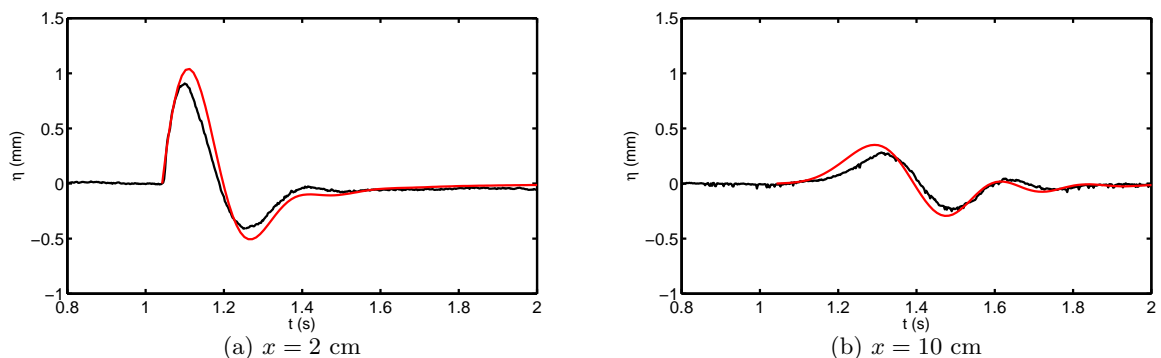


Figure 6. Evolution temporelle de la déformation de la surface libre $\eta(t)$ — traits continus noirs — comparée au modèle (1) — en rouge — en deux endroits de la cuve.

Ces résultats peuvent se comparer quantitativement à un modèle hydrodynamique linéaire inspiré du travail de Hammack [1] et adapté au cas axisymétrique. Valide lorsque l'amplitude de déformation

reste faible par rapport au niveau d'eau, cette approche permet d'exprimer la forme de la surface libre en fonction de la transformée de Fourier spatiale de la déformation du fond $\tilde{b}(k, t)$. La dépendance temporelle se déduit par une transformée de Laplace de la fonction $b_0(t)$. Dans notre cas on obtient :

$$\eta(r, t) = \frac{-2b_m}{\pi} \int_0^\infty \frac{k J_0(kr) \tilde{b}(k)}{\cosh(kh)} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \Omega^2} \left[e^{-\alpha t} - \cos(\Omega t) - \frac{\Omega}{\alpha} \sin(\Omega t) \right] dk \quad (1)$$

avec $\Omega^2 = gk \tanh(kh)$, β la demi-extension horizontale de la déformation (estimée à 2 cm dans notre cas) et α l'inverse du temps caractéristique de déformation τ . En fonction des longueurs d'onde excitées du fait de la forme et de l'extension horizontale de la membrane, les fréquences correspondantes (prédites par la relation de dispersion) sont aussi excitées, expliquant l'apparition d'un train d'ondes se propageant radialement à partir du centre. Les résultats numériques obtenus en supposant que la forme de la membrane s'écrit comme le produit d'un dôme gaussien par la fonction $b_0(t)$ permet de reproduire qualitativement les résultats (cf. traits en rouge des Figs. 5 et 6), validant la description par le modèle linéaire pour ce choix de paramètres expérimentaux.

5 Conclusions

Nous rapportons des expériences relatives à l'observation de la formation de vagues produites par le déplacement d'un fond mobile afin de déterminer l'influence de sa dynamique sur la déformation de la surface libre. Ce problème non trivial est relié au mécanisme de naissance des tsunamis dans les océans par les séismes sous-marins. Bien que les ordres de grandeur entre l'expérience et le phénomène naturel restent très différents, nos mesures sont d'un apport certain dans la compréhension et la modélisation de ce problème. Dans le cas d'un forçage périodique, non résolu théoriquement, on observe que la déformation de la surface libre au centre de la cuve se déphase par rapport à celle du fond lorsque la fréquence de forçage diminue. A suffisamment haute fréquence cette déformation reste localisée, tandis qu'à plus basse fréquence des ondes de surface sont émises, propageant une déformation dont l'amplitude décroît avec la distance au centre. Pour un régime impulsif et une déformation du fond assez lente, on observe que la déformation de la surface libre ne se déduit pas simplement d'une translation de la déformation du fond à la surface libre. En effet, il se forme un train d'ondes qui se propagent radialement à partir du centre. Ces résultats sont qualitativement reproduits par un modèle linéaire inspiré des travaux d'Hammack [1] et reprenant les valeurs des paramètres expérimentaux. La suite de nos travaux consistera à faire varier le temps de déformation typique du fond pour caractériser le passage d'un régime de déformation lente à un régime de déformation rapide. Enfin, en augmentant l'amplitude relative de la déformation du fond par rapport à la profondeur, les effets non-linéaires pourront être amplifiés et ainsi leur rôle dans la physique des tsunamis pourra être étudié.

Nous remercions F. Dias pour les discussions qui ont initiées ce travail, et A. Lantheaume pour la conception et la construction de la cuve. G. Ruiz-Chavarria a obtenu un soutien financier du programme « Research in Paris 2011 » de la Ville de Paris pour travailler à l'Université Paris Diderot. Le système de mesure PIV a été financé par l'Université Paris Diderot dans le cadre de la création du laboratoire LIED.

Références

1. J. L. HAMMACK, A note on tsunamis : their generation and propagation in an ocean of uniform depth, *Journal of Fluids Mechanics*, **60**, 769-799 (1973)
2. D. DUTYKH, F. DIAS & Y. KERVELLA, Linear theory of wave generation by a moving bottom, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, **343**, 499-504 (2006)
3. Y. KERVELLA, D. DUTYKH & F. DIAS, Comparison between three-dimensional linear and nonlinear tsunami generation models, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, **21**, 245-269 (2007)
4. D. DUTYKH & F. DIAS, Tsunami generation by dynamic displacement of sea bed due to dip-slip faulting, *Mathematics ans Computers in Simulation*, **80**, 837-848 (2009)