

Transitions structurales dans un gaz granulaire magnétique

Simon Merminod, Michael Berhanu & Éric Falcon

Matière et Systèmes Complexes, Université Paris Diderot, CNRS-UMR 7057, 75013 Paris
simon.merminod@univ-paris-diderot.fr

Résumé. La compétition entre agitation et interactions de constituants élémentaires constitue un principe général de structuration de la matière. Nous en présentons ici un exemple macroscopique : un système de particules agitées mécaniquement et interagissant selon des interactions répulsives dont on peut expérimentalement ajuster l'intensité. Des particules ferromagnétiques sont confinées entre deux plans horizontaux soumis à une vibration mécanique verticale. En présence d'un champ magnétique vertical, les particules se comportent comme des dipôles magnétiques induits alignés selon ce champ et d'autant plus répulsifs que l'amplitude de ce champ est grande. Les propriétés de ce gaz granulaire sont ainsi modifiées par les interactions entre particules contrôlables par l'opérateur. À haut champ magnétique et faible densité, la répulsion contraint fortement le mouvement des particules qui s'auto-organisent en un réseau hexagonal. De façon surprenante, à plus haute densité et pour de fortes interactions répulsives, les particules s'auto-organisent alors en une structure de type amorphe formée principalement de « chaînettes » de particules, qu'on qualifiera de labyrinthe. Ces différentes phases seront caractérisées à l'aide de grandeurs statistiques. L'enjeu est de mieux comprendre les transitions ordre/désordre qui résultent de la compétition entre l'agitation et les interactions entre particules. Ce système modèle devrait permettre une meilleure étude de la dynamique de solidification ainsi que des milieux amorphes bidimensionnels.

Abstract. Basic constituents of matter experience continuous competition between thermal agitation and interactions, leading to global structuring. We present here a macroscopic example of such a structuring using a two-dimensional system of particles mechanically agitated and interacting via tunable repulsive interactions. Soft-ferromagnetic particles are placed on a vibrating rough plate and vertically confined, so that they perform a horizontal Brownian motion in a cell. When bathed in an external vertical magnetic field, the particles become magnetized and thus interact according to a dipolar repulsive law. Therefore, such a granular gas display properties that depend on the tunable particle interactions intensity. At high magnetic field and low particle area fraction, a hexagonal crystal-like structure sets up due to high magnetic repulsion between particles. In contrast, when increasing the particle area fraction while keeping the magnetic field at high value, the particles self-organize into an labyrinthine, amorphous-like structure which is mostly constituted by small chains of particles. We characterize these different phases using relevant statistical tools. Our aim is to provide a better understanding of the ordered/disordered phase transitions induced by the competition between agitation and interactions in many-particle systems. This model system should be useful as a new approach in the study of the 2D solidification dynamics as well as the 2D amorphous systems.

1 Introduction

Un gaz granulaire est constitué d'un grand nombre de particules macroscopiques placées dans une cellule bi- ou tri-dimensionnelle vibrée mécaniquement. L'agitation générée engendre des collisions inélastiques entre les particules et donc une dissipation d'énergie menant le système loin de l'équilibre. Lorsque l'énergie injectée est en moyenne dans le temps exactement égale à l'énergie dissipée, un état stationnaire hors équilibre est atteint par le gaz granulaire et l'on peut considérer l'agitation mécanique comme l'analogie macroscopique d'un bain thermique microscopique. Grâce à cette propriété, les gaz granulaires sont considérés comme des systèmes modèles en physique statistique hors équilibre [1]. Du fait de la dissipation d'énergie lors des collisions inélastiques, ces systèmes présentent des propriétés qui se distinguent de celles d'un gaz à l'équilibre thermodynamique, avec par exemple des distributions de vitesses non gaussiennes

ou encore la formation d'amas [2, 3].

Dans ce travail, nous proposons de comprendre quelles sont les conséquences de l'introduction d'interactions à distance entre les particules dans le cas bidimensionnel. Ces interactions, en compétition avec l'agitation mécanique, engendrent des corrélations spatiales entre particules et modifient par conséquent l'auto-organisation du système [4]. En modifiant leur intensité par l'intermédiaire d'un paramètre contrôlable par l'expérimentateur, il est donc possible d'ajuster le rapport entre le degré d'auto-organisation et le désordre induit par l'agitation mécanique dans le système.

2 Dispositif expérimental et paramètres adimensionnés

Le système étudié est un gaz granulaire bidimensionnel horizontal, dont on donne un schéma en Figure 1. La cellule expérimentale est constituée d'une surface inférieure d'aire $90 \text{ mm} \times 90 \text{ mm}$, rendue rugueuse en y collant du papier de verre. On y dépose des particules ferromagnétiques douces, des billes d'acier chromé de diamètre $a = 2\sigma = 1 \text{ mm}$ et de masse $m = 4,07 \times 10^{-3} \text{ g}$. Elles sont confinées verticalement par une surface horizontale lisse en polycarbonate traité antistatique, à $1.5a$ au-dessus de la surface inférieure et horizontalement par des parois en aluminium. En vibrant verticalement et sinusoidalement cette cellule, on transmet de l'énergie cinétique aux particules. Grâce à l'utilisation de la surface rugueuse, celle-ci est partiellement et aléatoirement distribuée en énergie cinétique horizontale. Un état stationnaire hors équilibre est atteint après un temps typique de quelques secondes. L'accélération de vibration est indiquée par le paramètre adimensionné $\Gamma = (2\pi f)^2 A/g$, avec A et f les amplitude et fréquence des oscillations et g l'accélération de la gravité.

Cette cellule est placée entre deux bobines générant un champ magnétique vertical \mathbf{B}_0 (homogène à 2% dans le champ de la caméra). Par conséquent, les particules s'aimantent et deviennent des dipôles magnétiques induits alignés selon le champ magnétique \mathbf{B}_0 . Ces dipôles sont donc parallèles et interagissent par des forces répulsives de norme $F_m \propto B_0^2/r^4$ (où $B_0 = |\mathbf{B}_0|$ et r est la distance entre deux dipôles) [8]. Ces forces de répulsion à distance, qui agissent dans le volume fixé de la cellule expérimentale, génèrent un confinement du gaz granulaire magnétique.

Une caméra rapide placée au-dessus de la cellule, par ailleurs éclairée par un anneau de LED diffusif, enregistre des images successives à une fréquence $f_{\text{acq}} = 779 \text{ Hz}$. La réflexion de la lumière sur la surface chromée de chaque particule produit un signal annulaire dont on détermine le centre. On utilise ensuite un algorithme de suivi des particules qui nous permet de reconstituer les trajectoires individuelles à partir d'images successives et par conséquent d'accéder aux grandeurs statistiques telles que la distribution des vitesses, la fonction de corrélation de paires, ou encore l'énergie potentielle magnétique. La zone d'enregistrement est d'aire $\mathcal{S} = 57 \text{ mm} \times 57 \text{ mm}$, centrée par rapport aux parois et contient $N(t)$ particules au temps t .

Deux paramètres adimensionnés sont centraux dans notre problème. Le premier est la fraction surfacique de particules $\phi \equiv N\pi\sigma^2/\mathcal{S}$. Le deuxième paramètre adimensionné, ε , est relatif à la compétition

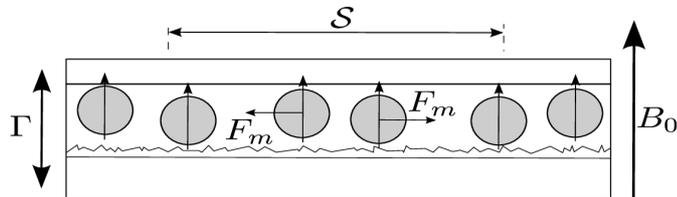


Figure 1. Schéma du dispositif expérimental en vue de côté. Les particules d'acier sont placées sur une surface inférieure rugueuse, soumises à une vibration mécanique (d'accélération Γ) et à un champ magnétique B_0 . Les dipôles magnétiques induits verticaux se repoussent dans le plan horizontal de la cellule selon des forces $F_m \propto B_0^2/r^4$.

entre interactions magnétiques et agitation mécanique. On le définit comme le rapport de l'énergie potentielle magnétique par particule et de l'énergie cinétique par particule :

$$\varepsilon \equiv \frac{E_m}{E_c} \quad (1)$$

avec [8]

$$E_m = \frac{4\pi}{\mu_0} B_0^2 \sigma^6 \frac{N-1}{2} \overline{\sum_{\langle i,j \rangle} |\mathbf{r}_{ij}|^{-3}} ; \quad E_c = \frac{1}{2} m \frac{1}{N} \overline{\sum_{i=1}^N (v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2)} \quad (2)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, $|\mathbf{r}_{ij}|$ la norme du vecteur reliant les particules de la paire $\langle i, j \rangle$, $v_{x,i}$ (resp. $v_{y,i}$) la vitesse de la particule i dans la direction x (direction y) et \overline{X} la moyenne temporelle de la grandeur X . On note que $\langle v_{x,i} \rangle = 0 = \langle v_{y,i} \rangle$, avec $\langle X \rangle$ la moyenne d'ensemble de la grandeur X .

3 Transition d'un état dissipatif à quasi-élastique, puis cristallin

On place $N = 2000$ particules dans la cellule ($\phi = 0,2$) et on fixe $\Gamma = 2,45$ ou $3,32$. Lorsque B_0 augmente, c'est-à-dire lorsque ε croît, le système subit une transition structurale continue d'un état désordonné de type gaz granulaire dissipatif à un état quasi-élastique et atteint finalement un état figé ordonné (voir Fig. 2) [5].

À champ magnétique B_0 nul ($\varepsilon = 0$), l'état du système est celui d'un gaz granulaire dissipatif classique, où les particules n'interagissent que par des collisions inélastiques dissipatives. Par exemple, la fonction radiale de corrélation de paires (Fig. 3-gauche) présente un pic de grande amplitude en $r = a$ suivi d'une décroissance vers la valeur 1 attendue pour $r \geq a$ dans le cas du gaz parfait dilué. Ceci traduit le fait que, à cause de la dissipation au contact, la probabilité de trouver une particule voisine à une distance égale au diamètre a est bien plus élevée que lorsque les collisions sont élastiques. De plus, la distribution des vitesses (Fig. 3-droite) montre un écart significatif à la gaussienne avec des ailes étirées pour les événements de haute et faible vitesses, ce qui est caractéristique des gaz dissipatifs [2, 6, 7].

Afin d'identifier quantitativement l'influence des interactions entre particules, on trace pour des valeurs croissantes de ε la fonction radiale de corrélation de paires $g(r/a)$ ainsi que la distribution des vitesses adimensionnées par l'écart-type de celle-ci (Fig. 3).

Pour ε croissant de 0 à 3, l'amplitude du pic en $r = a$ de la fonction $g(r/a)$ diminue progressivement jusqu'à l'obtention de la fonction radiale de corrélation de paires du gaz idéal dilué (de valeur nulle pour

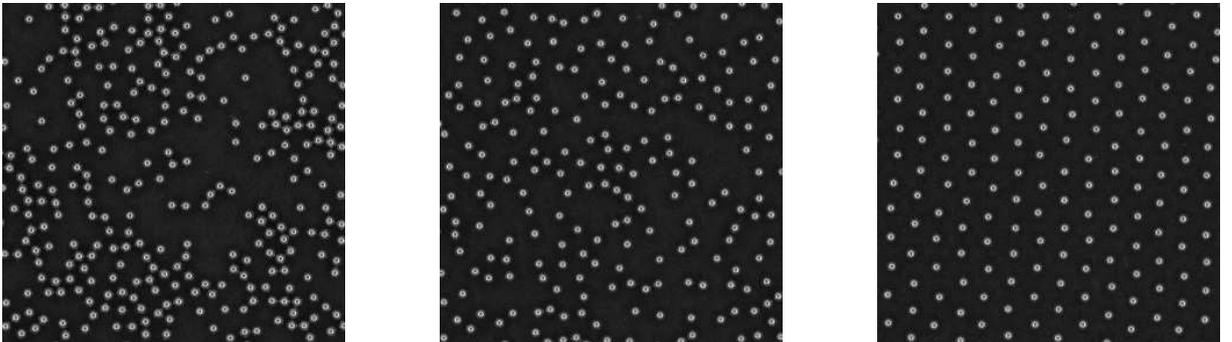


Figure 2. Photographies du système (zoomées à $28 \text{ mm} \times 28 \text{ mm}$) avec une fraction surfacique $\phi = 0,2$ ($N = 2000$), $\Gamma = 3,32$, et différents ε . (gauche) Gaz « dissipatif » à $\varepsilon = 0$ ($B_0 = 0 \text{ G}$); (milieu) gaz « quasi-élastique » à $\varepsilon \approx 4,9$ ($B_0 = 70 \text{ G}$); (droite) état « cristallin » à $\varepsilon \approx 203$ ($B_0 = 369 \text{ G}$).

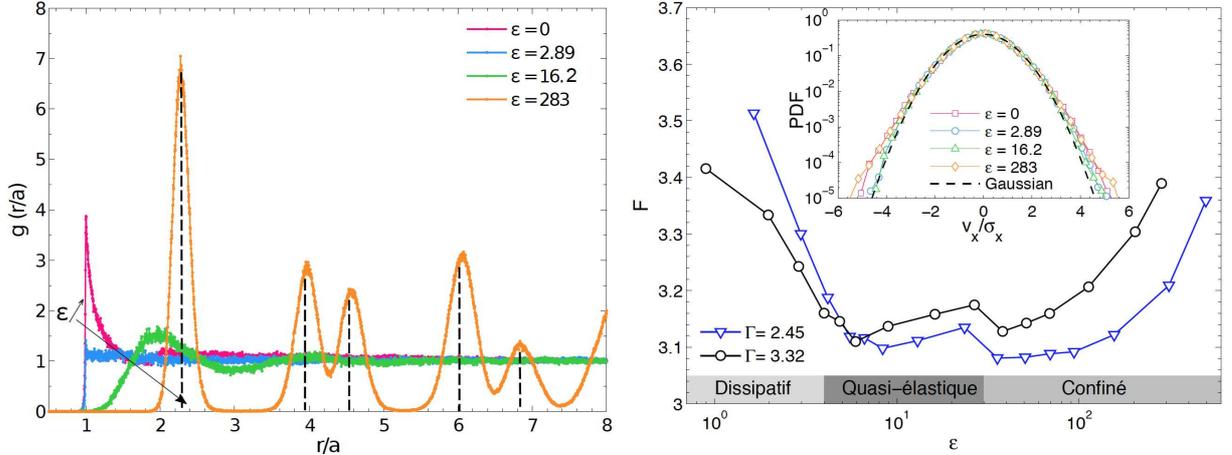


Figure 3. ($\phi = 0,2$) (gauche) Fonction radiale de corrélation de paires $g(r/a)$ pour différents ε à $\Gamma = 3,32$; (droite) kurtosis (*flatness*) F des distributions des vitesses en fonction de ε . On identifie les régimes successifs « dissipatif », « quasi-élastique » et « confiné » suivant la valeur de F et la forme de $g(r/a)$.

$r < a$, égale à 1 pour $r \geq a$). Ceci signifie que la structure du système obtenu mime celle d'un gaz thermodynamique. Quand ε croît au-delà de la valeur 3, une ondulation de la fonction $g(r/a)$ apparaît comme pour celle d'un liquide. Le maximum se déplace de $r/a = 1$ à 2,28, indiquant la longueur caractéristique du système. Pour les plus hautes valeurs de ε (typiquement $\varepsilon > 20$), les collisions deviennent inexistantes [$g(r/a = 1) = 0$]. Lorsque $\varepsilon > 10^2$, on identifie une structure cristalline hexagonale à partir des positions des pics de la fonction $g(r/a)$, qui sont les multiples géométriquement sélectionnés de la position du premier pic $r/a = 2,28$ pour les facteurs 1, $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{7}$ et 3 (voir pointillés sur Fig. 3-gauche).

On mesure l'écart des distributions de vitesses PDF(v) à la distribution gaussienne grâce au kurtosis, $F \equiv \langle v^4 \rangle / \langle v^2 \rangle^2$. Celui-ci renseigne en effet sur la non-gaussianité d'une distribution : si $F = 3$ la distribution est égale à la gaussienne et si $F \neq 3$, elle est soit plus étalée ($F > 3$) soit plus étroite ($F < 3$). À faible ε , F décroît fortement en se rapprochant de la valeur pour la gaussienne, puis ne semble plus dépendre de ε (régime « quasi-élastique ») pour des valeurs modérées de ε , avant de croître fortement pour $\varepsilon \geq 10^2$ dans le régime « confiné ».

Ce gaz granulaire magnétique, de fraction surfacique $\phi = 0,2$, transite donc de manière continue par trois régimes distincts selon les valeurs de ε : régime collisionnel « dissipatif » à faible ε , « quasi-élastique » pour ε intermédiaire et un régime sans collision de type hexagonal cristallin pour $\varepsilon \geq 10^2$.

4 Transition vers un état de type amorphe

Pour $N = 5000$ particules (soit $\phi = 0,5$) et ε croissant, le système évolue de l'état de gaz granulaire dissipatif vers un état où coexistent des particules en état de gaz quasi-élastique et des particules en contact continu formant de courtes chaînettes. Progressivement, le nombre de chaînettes croît et une structure quasi-figée sans ordre à longue distance se met en place, de type amorphe, qu'on qualifiera de « labyrinthique » (Fig. 4).

Pour $B_0 = 0$ G, la structure du système à $\phi = 0,5$ est similaire à celle du cas $\phi = 0,2$ (voir Fig. 5-gauche). L'amplitude du premier pic de la fonction $g(r/a)$ ainsi que de son second maximum vers $r/a = 2$ sont amplifiés par rapport au cas $\phi = 0,2$. C'est la signature d'une plus grande dissipation, à cause d'une fréquence de collision plus élevée. L'aplatissement des PDF des vitesses est plus important dans ce cas dense (Fig. 5-droite) et est dû à un taux de collision plus élevé que dans le cas peu dense.

L'évolution de la fonction radiale de corrélation de paires donne des informations cruciales pour la compréhension de la transition structurale s'effectuant lorsqu'on augmente la valeur de ε à partir de 0.

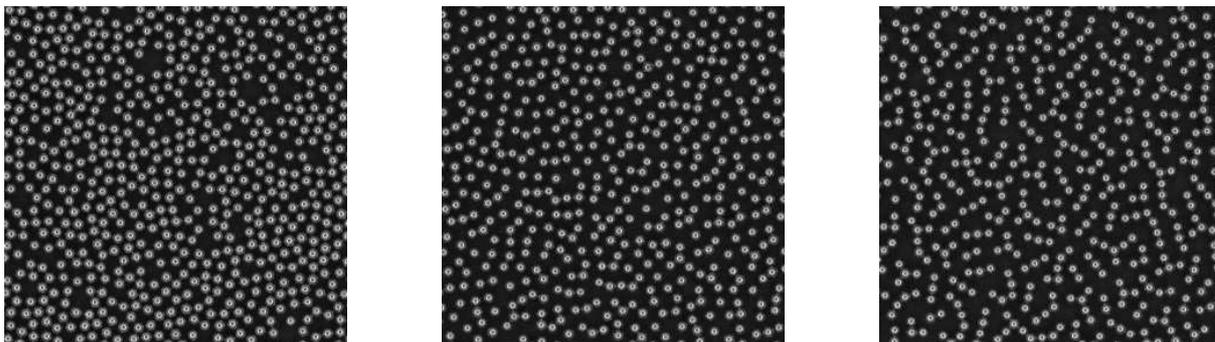


Figure 4. Photographies du système (zoomées à $28\text{ mm} \times 28\text{ mm}$) avec une fraction surfacique $\phi = 0,5$ ($N = 5000$), à $\Gamma = 3,32$ et différents ε . (gauche) Gaz « dissipatif » à $\varepsilon = 0$ ($B_0 = 0\text{ G}$); (milieu) gaz « quasi-élastique » à $\varepsilon \approx 138$ ($B_0 = 131\text{ G}$); (droite) état « labyrinthique » à $\varepsilon \approx 203$ ($B_0 = 369\text{ G}$).

En effet, pour $0 < \varepsilon < 78$, l'évolution de la fonction $g(r/a)$ suit ce qu'on a décrit ci-dessus pour le cas $\phi \approx 0,2$: d'abord diminution de l'amplitude du premier pic à $r/a = 1$, puis déplacement de ce maximum alors élargi vers de plus hautes valeurs de r/a . Cependant, pour $\varepsilon \approx 78$, on remarque l'apparition d'un maximum local vers $r/a = 0,91$. Ceci correspond à une distance de centre à centre plus courte qu'un diamètre de particule, qui existe grâce au fait que notre cellule n'est pas strictement bidimensionnelle : il existe une faible extension verticale du système. En effet, pour agiter le milieu granulaire nous avons choisi une séparation de $1,5a$ entre les surfaces inférieure et supérieure de la cellule. Par conséquent, les particules ont la possibilité de se chevaucher partiellement lorsque l'une est au contact de la surface inférieure et que l'autre touche le plafond de la cellule (voir schéma sur Fig. 5-gauche). On peut montrer en modifiant l'équation (2), que dans cette configuration, l'énergie potentielle magnétique d'interaction entre deux telles voisines est diminuée par rapport à une configuration où elles se situent dans le même plan et l'est d'autant plus que les dipôles magnétiques se rapprochent de l'alignement. En présence de ces chaînettes, ε n'est plus exactement le rapport des énergies magnétique et cinétique mais donne un ordre de grandeur de la compétition entre interactions et agitation. On remarque que toutes les particules n'appartiennent pas à une des chaînettes ainsi formées et sans mouvement : il en existe un nombre faible mais non nul qui conservent un mouvement dynamique dans des puits de potentiel entre les chaînettes.

L'évolution de F en fonction de ε reflète bien cette interprétation. En effet, pour $0 < \varepsilon < 78$, F décroît d'une valeur proche de 4 vers environ 3, ce qui traduit le rapprochement du système de la limite quasi-élastique. L'apparition des particules arrangées des premières chaînettes, en coexistence avec les autres particules « thermalisées » (au sens des gaz granulaires), modifie fortement l'évolution de F . En effet, la distribution des vitesses possède alors deux vitesses typiques distinctes et non plus une seule : celle, élevée, des particules isolées en mouvement rapide et celle des particules « solidifiées » en chaînettes, bien plus basse. L'écart de cette distribution à la gaussienne croît alors extrêmement fortement avec ε (on notera que l'échelle des ordonnées est logarithmique) à mesure que le rapport du nombre de particules « solidifiées » sur le nombre de particules « thermalisées » augmente. À partir de $\varepsilon \approx 10^3$, l'intensité des interactions magnétiques est telle que quasiment toutes les particules du système appartiennent à des chaînettes au sein de ce que l'on a appelé l'état « labyrinthique ».

Nous avons donc amené ce gaz granulaire magnétique dense à se configurer selon une structure « labyrinthique » lorsque le rapport de l'énergie d'interaction magnétique entre particules et de leur agitation est suffisamment élevé ($\varepsilon \geq 78$). Pour $0 < \varepsilon < 78$, de manière similaire au cas $\phi = 0,2$, le système évolue d'un état purement dissipatif à un état proche de la limite quasi-élastique.

5 Conclusion

Ce gaz granulaire magnétique bidimensionnel, dans lequel l'expérimentateur peut ajuster l'intensité des interactions dipolaires répulsives entre particules en plus de leur degré d'agitation, présente plusieurs

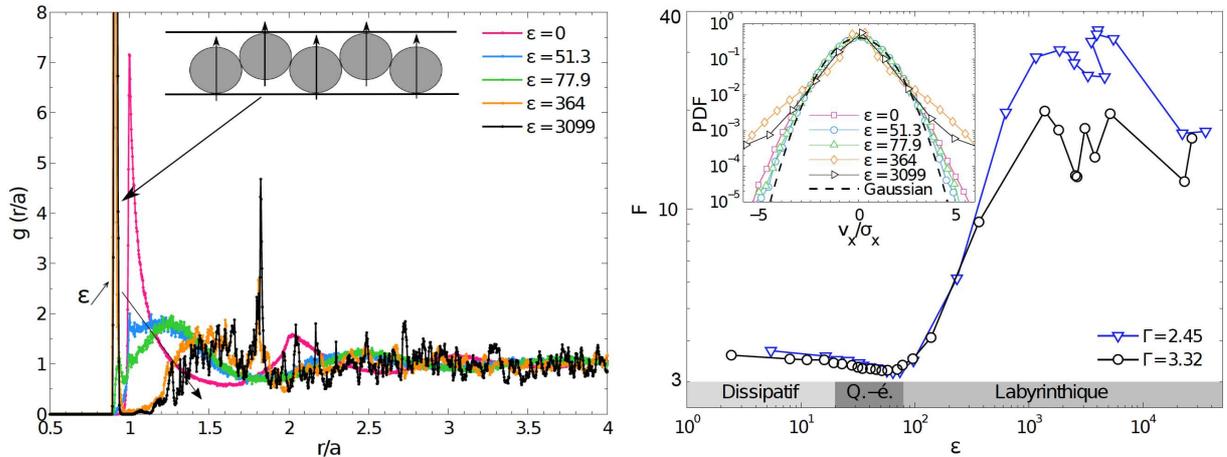


Figure 5. ($\phi = 0,5$) (gauche) Fonction radiale de corrélation de paires $g(r/a)$ pour différents ϵ à $\Gamma = 3,32$. (droite) Kurtosis (*flatness*) F des distributions des vitesses en fonction de ϵ en échelle log-log. On note la forte différence avec les valeurs de Fig. 3-droite.

états dont les structures sont radicalement différentes.

Pour une densité de particules faible et en l'absence de champ magnétique, un tel gaz granulaire présente les propriétés d'un gaz dissipatif. Le taux de dissipation est par ailleurs directement lié au taux de collisions et donc à la densité. Lorsque l'on augmente le rapport des énergies d'interaction magnétique et d'agitation mécanique ϵ et que celui-ci reste suffisamment faible, le gaz granulaire magnétique se rapproche progressivement d'un gaz avec des interactions quasi-élastiques.

À grand ϵ , l'évolution du gaz granulaire dépend de sa densité. Pour $\phi = 0,2$, le système subit une transition continue vers un état « confiné » dont la structure est de type cristalline hexagonale avec ordre à grande distance. En revanche, pour $\phi = 0,5$, à partir d'un seuil en ϵ , certaines particules se placent au contact d'autres pour former de courtes chaînettes qui coexistent avec les autres particules qui sont, elles, toujours en agitation. La quantité de ces dernières diminue avec l'augmentation de ϵ jusqu'à ce que le système se fige en une structure « labyrinthique » sans ordre à grande distance.

Cette dernière structure, qui rappelle celle d'un amorphe, sera étudiée plus en détails. On se demandera si la longueur des chaînettes diminue avec la vitesse de la « trempe magnétique », c'est-à-dire de la vitesse de variation de ϵ au cours du temps. Peut-on modéliser ces transitions comme des transitions de phase? Ces résultats pourraient permettre de progresser dans la compréhension de la dynamique des milieux amorphes bidimensionnels et des transitions ordre/désordre dans les systèmes hors équilibre.

Références

1. E. TRIZAC & M. H. ERNST, *J. Phys.: Condens. Matter*, **17**, 99, (2005).
2. J. S. OLAFSEN & J. S. URBACH, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 4369 (1998).
3. É. FALCON, S. FAUVE & C. LAROCHE, *Eur. Phys. J. B*, **9**, 183 (1999).
4. J. SCHOCKMEL & E. MERSCH, N. VANDEWALLE & G. LUMAY, *Phys. Rev. E*, **87**, 062201 (2013).
5. S. MERMINOD, M. BERHANU & É. FALCON, soumis à *Phys. Rev. Lett.* (2014).
6. T. P. C. VAN NOIJE & M. H. ERNST, *Gran. Mat.*, **1**, 57, (1998).
7. S. J. MOON, M. D. SHATTUCK & J. B. SWIFT, *Phys. Rev. E.*, **64**, 031303 (2001).
8. J. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed., Wiley, New York (1998).