

# Étude expérimentale des interactions à trois ondes des vagues capillaires

Michaël Berhanu<sup>1</sup>, Annette Cazaubiel<sup>1,2</sup>, Luc Deike<sup>3</sup>, Timothée Jamin<sup>1</sup> & Éric Falcon<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Matière et Systèmes Complexes (MSC), Université Paris Diderot, CNRS UMR 7057, Paris,

<sup>2</sup> École normale supérieure, Paris

<sup>3</sup> Scripps Institution of Oceanography, University of California San Diego

michael.berhanu@univ-paris-diderot.fr

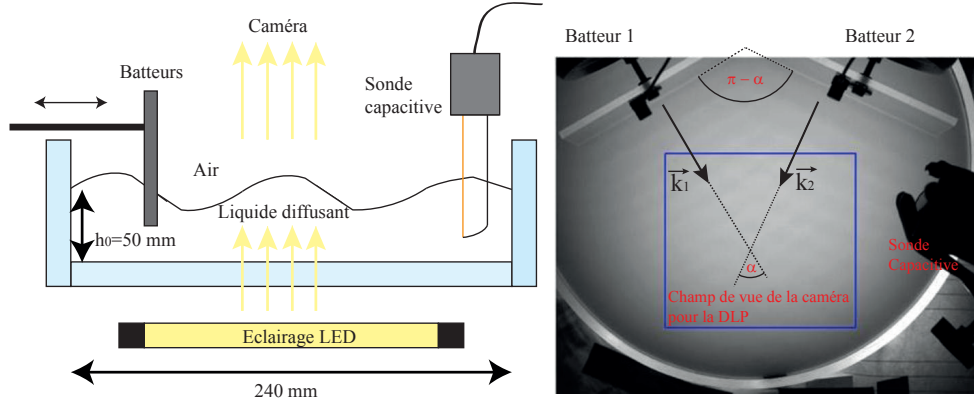
**Résumé.** Les interactions résonantes à trois ou quatre ondes constituent un type de mécanisme non linéaire classique d'échange d'énergie entre échelles, dans les systèmes où des ondes se propagent [1]. Nous étudions expérimentalement les interactions à trois ondes pour des ondes de surface gravito-capillaires, en considérant deux trains d'ondes monochromatiques se croisant avec un angle réglable dans une cuve fermée. Grâce à des mesures locales et aussi spatio-temporelles, nous détectons l'onde produite non linéairement, de plus faible amplitude avec la fréquence et la longueur d'onde prédites par la théorie des interactions à trois ondes faiblement non linéaires. En tenant compte de la dissipation visqueuse des ondes, il est possible d'estimer expérimentalement le taux de croissance de la troisième onde et de comparer la valeur obtenue avec la valeur théorique. Ces résultats confirment au moins qualitativement et étendent des travaux antérieurs obtenus avec un seul train d'onde se propageant unidimensionnellement [2]. Néanmoins, de manière plus surprenante nous observons expérimentalement l'interaction à trois ondes, même lorsque l'angle entre les deux trains d'ondes, ne permet pas *a priori* de vérifier la condition de résonance au vu de la relation de dispersion linéaire. Pour finir, nous discutons de la pertinence de ces mécanismes d'interactions à trois ondes pour de récentes expériences de turbulence d'ondes capillaires [3].

**Abstract.** Three or four waves resonant interactions constitute a classical nonlinear mechanism exchanging energy through the scales, in systems of propagating waves [1]. Here we study experimentally three wave interactions for gravity-capillary surface waves for two crossing wave-trains generated in a closed laboratory tank, with a tunable angle. Using a capacitive wave gauge and Diffusive Light Photography method, we detect a third wave of smaller amplitude whose frequency and wavenumber are in agreement with the weakly non-linear triadic resonance interaction mechanism. By performing experiments in stationary regime and taking into account the viscous dissipation, we estimate directly the growth rate of the resonant mode in comparison with theory. These results confirm at least qualitatively and extend earlier experimental results obtained only for unidirectional wave train [2]. However, we observe experimentally three wave interaction, even when the angle between the crossing wave-trains, cannot in principle verify the condition of resonance given the linear dispersion relation. Finally we discuss relevance of three-wave interaction mechanisms in recent experiment studying capillary wave turbulence [3].

## 1 Introduction

Lorsqu'un champ d'ondes est régi par une équation d'onde linéaire, les différentes échelles de temps (périodes) et d'espace (longueurs d'ondes), évoluent indépendamment. L'introduction d'une non-linéarité dans l'équation d'onde, induit un phénomène d'interactions entre ondes et crée un phénomène de couplage entre les échelles. Les interactions résonantes à trois ondes et quatre ondes constituent un exemple particulièrement important d'interactions, pour des ondes dispersives et faiblement non linéaires. Dans le cas du mécanisme à trois ondes, qui est le plus souvent associé à une non-linéarité quadratique de l'équation d'onde, deux ondes **1** et **2** vont pouvoir échanger de l'énergie avec une troisième **3** sur des temps longs, si les trois ondes forment une triade résonante [1]. Pour cela il faut que leurs nombres d'ondes  $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda \mathbf{e}_{\mathbf{k}}$  ( $\lambda$  étant la longueur d'onde et  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}}$  un vecteur unitaire) et leurs pulsations  $\omega = 2\pi F$  ( $F$  étant la fréquence de l'onde considérée) vérifient la condition de résonance :

$$\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 = \pm \mathbf{k}_3, \quad \omega(\mathbf{k}_1) \pm \omega(\mathbf{k}_2) = \pm \omega(\mathbf{k}_3). \quad (1)$$



**Figure 1.** Gauche : Schéma du dispositif expérimental vu de côté. Une cuve circulaire transparente en Plexiglass de diamètre 240 mm est remplie sur une hauteur  $h_0 = 50$  mm d'un liquide diffusant (6 mL d'Intralipid 20% pour 1 L d'eau). Les deux trains de vagues sont produits par le mouvement horizontal de deux batteur rectangulaires de largeur 130 mm et plongeant dans le liquide sur une hauteur de 10 mm. De plus, une sonde capacitive placée au centre à 100 mm des batteurs permet d'avoir une mesure au cours du temps de la hauteur du fluide en un point. Pour les mesures spatiales du champ de vagues, on utilise la méthode *Diffusing Light Photography* (DLP). La cuve est éclairée par le dessous par un système de diode électroluminescente Phlox produisant un éclairage homogène sur 200 mm  $\times$  200 mm. Une caméra rapide, mise au point sur la surface, enregistre l'intensité lumineuse à la surface, pour reconstruire le champ de hauteur de vague, sachant que l'intensité transmise est liée à la hauteur locale de fluide. La sonde capacitive est alors placée hors du champ de la caméra. Droite : Vue de dessus du dispositif. Deux trains d'ondes de vecteurs d'onde respectivement  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  sont produits par les batteurs. L'angle entre  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  est ici fixé à  $\alpha_{12} = 54^\circ$ . Le rectangle bleu correspond au champ de mesure de la caméra.

Les pulsations suivent alors la relation de dispersion du système d'ondes considéré  $\omega(\mathbf{k})$ . Parfois, du fait de la forme de relation de dispersion, les résonances à trois ondes sont interdites et il devient nécessaire de passer à l'ordre suivant d'interactions, le mécanisme à quatre ondes à savoir  $\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 = \pm \mathbf{k}_3 \pm \mathbf{k}_4$  et  $\omega(\mathbf{k}_1) \pm \omega(\mathbf{k}_2) = \pm \omega(\mathbf{k}_3) \pm \omega(\mathbf{k}_4)$ . Cette situation se rencontre en particulier, si  $\omega(k) = k^a$  avec  $a < 1$ , ce qui est le cas très important des vagues lorsque la force de rappel est la gravité. En effet la relation de dispersion linéaire des ondes à la surface d'un liquide s'écrit  $\omega = \sqrt{gk + T/\rho} k^3$ , en régime d'eau profonde, c'est-à-dire  $kh_0 > 1$  avec  $h_0$  la profondeur de liquide,  $g$  étant l'accélération de la pesanteur,  $T$  la tension de surface entre l'air et le liquide et  $\rho$  la masse volumique du fluide. À petite échelle, lorsque  $k$  est plus grand que  $\sqrt{\rho g/T}$  (soit  $f > 14$  Hz pour une interface eau air avec  $\rho \approx 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $T \approx 60 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ ), la force de rappel dominante devient la capillarité et la relation de dispersion peut s'approximer par  $\omega = \sqrt{T/\rho} k^{3/2}$ . Ainsi les vagues capillaires à la surface de l'eau, constituent *a priori*, un exemple simple, pour étudier au laboratoire les interactions résonantes à trois ondes. Ce cas a ainsi été étudié théoriquement dans les années 60 [4, 5]. Ensuite des expériences ont mis en évidence la présence d'interactions à trois ondes dans l'évolution spatiale d'un train d'ondes unidirectionnel, d'abord dans le cas dégénéré où  $F_1 = F_2 \approx 9,8$  Hz génère une onde à  $F_3 \approx 19,6$  Hz dans la même direction [2], puis dans celui où une onde à la fréquence  $F_1$  donne naissance à deux ondes  $F_2$  et  $F_3$  dans des directions différentes [6, 7]. Plus récemment avec le développement des techniques spatio-temporelles, des mécanismes d'interaction à trois ondes ont été mis en évidence en hydrodynamique pour les ondes inertielles dans un fluide en rotation [8] et pour les ondes internes dans un fluide stratifié [9]. Lorsque la non-linéarité est modérément augmentée et que de nombreuses ondes interagissent, on peut s'attendre à ce qu'un continuum d'interactions à trois ondes entre échelles apparaisse donnant lieu à de la turbulence d'ondes [10], à savoir un régime statistiquement stationnaire et hors-équilibre transférant l'énergie d'une échelle de forçage vers une échelle de dissipation par un phénomène de cascade. Ainsi les interactions résonantes formeraient le mécanisme non linéaire élémentaire de la turbulence d'ondes et

une étude expérimentale des interactions à trois ondes pourrait donc permettre de mieux comprendre des observations récentes de régimes de turbulence d'ondes capillaires [3].

Dans cet article, nous étudions l'interaction entre deux trains d'ondes **1** et **2** se croisant dans une cuve fermée et donnant naissance à une onde **3**. Les deux trains sont émis par deux batteurs oscillants respectivement à la fréquence  $F_1$  et  $F_2$ . Pour vérifier la condition de résonance (1) (dans le cas considéré  $\pm$  devient  $+$ ) et la relation de dispersion, il s'avère que le choix d'un couple  $(F_1, F_2)$  fixe la valeur de l'angle  $\alpha_{1,2}$  entre les deux vecteurs d'ondes associés  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$ . La valeur correspondante de l'angle peut se trouver graphiquement ou numériquement. Les résultats présentés dans la suite, correspondent ici au choix suivant des fréquences des ondes mères,  $F_1 = 15$  Hz et  $F_2 = 18$  Hz et l'on étudiera dans l'espace de Fourier la composante du champ d'ondes à la fréquence  $F_3 = F_1 + F_2 = 33$  Hz. Pour caractériser le champ de vagues [3], on utilise alternativement une mesure de hauteur de vagues  $h(t)$  en un point par une sonde capacitive et une mesure spatio-temporelle du champ de vagues  $h(x, y, t)$  par la méthode optique *Diffusing Light Photography* (DLP) (voir Fig. 1). Dans un premier cas, on impose  $\alpha_{1,2} = 54^\circ$ , valeur calculée pour avoir la résonance à trois ondes pour  $F_1 = 15$  Hz et  $F_2 = 18$  Hz. Ensuite on passera au cas où  $\alpha_{1,2} = 90^\circ$ , pour lequel un phénomène de résonance est, de façon surprenante, observé. Dans cette étude, on s'intéresse en particulier à l'amplitude de l'onde fille, dont on suppose qu'elle résulte d'un équilibre entre le taux de croissance de l'interaction à trois ondes  $\gamma_3$  et de sa dissipation visqueuse  $\delta_3$ . En effet, en faisant l'hypothèse d'homogénéité du champ de vagues, la dynamique de l'onde **3** d'amplitude  $a_3$  et de phase  $\phi_3$  est régie par les équations suivantes [1, 5, 6] :

$$\partial_t a_3 + \delta_3 a_3 = a_1 a_2 \gamma_3 \sin \phi, \quad (2)$$

$$\partial_t \phi_3 = (a_1 a_2) / a_3 \gamma_3 \cos \phi, \quad (3)$$

$$\text{avec } \gamma_3 = -\frac{k_3}{4\omega_3} \sum_{j=1}^3 \omega_j \omega_{j+1} \left( 1 + \frac{\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{k}_{j+1}}{k_j k_{j+1}} \right) \quad \text{et } \phi = \phi_1 + \phi_2 - \phi_3.$$

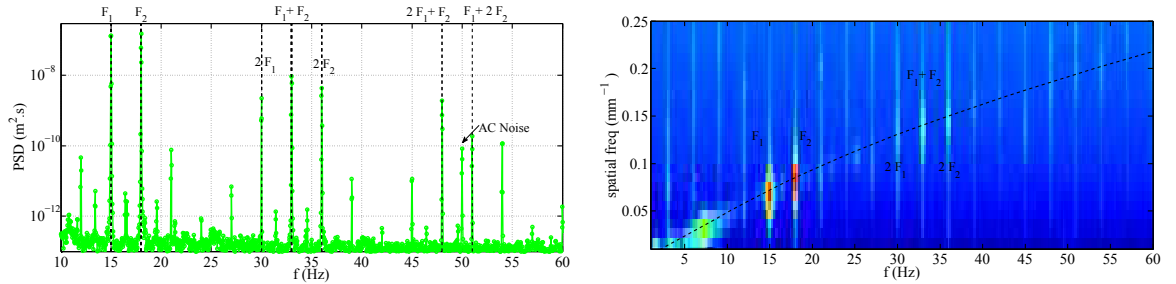
Ainsi en régime quasi-stationnaire, l'amplitude de l'onde fille  $a_3$  est alors proportionnelle au produit de l'amplitude des ondes mères :  $a_3 = \gamma_3 \sin \phi \delta_3^{-1} a_1 a_2$ . De plus, on attend d'après l'équation (3) et le signe de  $\gamma_3$ , que la triade soit verrouillée en phase avec  $\phi = -\pi/2$ , faisant intervenir les phases respectives des ondes **1**, **2** et **3**. Pour le domaine de fréquence considérée, la dissipation visqueuse des ondes gravito-capillaires, en présence de contaminants de surface (cas habituel lorsque le fluide est de l'eau en contact avec l'atmosphère), peut être approximée par  $\delta_3 = (2\sqrt{2})^{-1} \sqrt{\nu \omega_3} k_3 s^{-1}$  [11], avec  $\nu$  la viscosité cinématique (pour de l'eau  $\nu \approx 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

## 2 Interaction résonante *classique* : $F_1 = 15$ Hz et $F_2 = 18$ Hz pour $\alpha_{12} = 54^\circ$

La présence de l'onde fille à la fréquence  $F_3 = F_1 + F_2 = 33$  Hz est aisément détectée en régime stationnaire en calculant le spectre de puissance de hauteur de vagues en temps (Fig. 2, gauche). On constate aussi la présence d'harmoniques comme multiples des fréquences de forçage, qui pourraient être dûs à des non-linéarités dans la génération des ondes ou leur propagation. L'amplitude de l'onde fille reste plus faible d'un ordre de grandeur par rapport à celles des ondes mères, ce qui permet de ne considérer en première approximation qu'une seule triade résonante. Néanmoins lorsque l'amplitude des ondes mères devient plus forte, le spectre montre de nombreux pics supplémentaires, pouvant être associés à des triades supplémentaires (Fig. 2, gauche). Dans le cas d'une triade simple, pour des amplitudes  $a_1 a_2$  suffisamment faible, on peut donc supposer que l'amplitude résulte de l'équilibre entre le taux de croissance  $\gamma_3$  et la dissipation visqueuse  $\delta_3$ .

En régime instationnaire, on peut représenter l'évolution de l'amplitude des composantes filtrées aux fréquences de la triade au cours du temps (Fig. 3). On constate aussi que  $\phi = \phi_1 + \phi_2 - \phi_3$  a un comportement aléatoire en absence de forçage, puis atteint une valeur stationnaire de sorte que  $\sin \phi \approx -0,9$  proche de  $-1$ , dès que  $a_3$  atteint une amplitude notable. La mise en évidence de ce verrouillage des phases des trois ondes, est un argument fort en faveur de la création de l'onde **3** par le mécanisme

d'interaction résonante. Un autre argument est donné par les propriétés angulaires du spectre spatio-temporel à la fréquence  $F_3$ ,  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_3)$  (Fig. 4, gauche). Le maximum du spectre permet d'en déduire  $\mathbf{k}_3$ , qui est alors presque confondu avec  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  et ainsi de vérifier vectoriellement la condition de résonance (1). Enfin traçant  $a_3/\sin\phi$  en fonction du produit  $a_1 a_2$  (Fig. 4, droite), on peut estimer le taux de croissance  $\gamma_3$ , en prenant l'ajustement correspondant à la droite en pointillé noir. On trouve ainsi expérimentalement  $\gamma_3 = 2,4 \times 10^4 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , alors que la valeur théorique attendue est  $\gamma_3 = 1,1 \times 10^5 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . L'ordre de grandeur est correct, mais une meilleure quantification de la dissipation visqueuse semble nécessaire pour mieux évaluer ce paramètre. à l'exception du cas dégénéré du train d'ondes unidimensionnel de fréquence proche de 9,8 Hz [2], ces mesures forment la seule estimation expérimentale du taux de croissance associée à l'interaction à trois ondes des ondes de surface gravito-capillaires. Une autre triade pour le couple de fréquences  $F_1 = 16 \text{ Hz}$  et  $F_2 = 23 \text{ Hz}$ , ( $\alpha_{12} = 59^\circ$ ) a fait aussi l'objet d'une étude approfondie, donnant des résultats similaires.

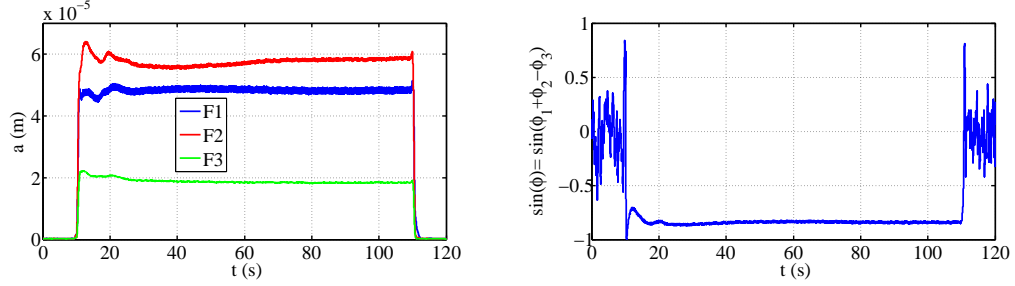


**Figure 2.** Gauche : Spectre de puissance temporel de hauteur de vagues  $E(f)$ , mesurée à la sonde capacitive, pour des amplitudes moyennes de forçage. On observe les pics correspondant aux fréquences des trains d'ondes incidents  $F_1 = 15 \text{ Hz}$  et  $F_2 = 18 \text{ Hz}$ . Le pic correspondant à l'interaction résonante  $F_1 + F_2 = 33 \text{ Hz}$  est nettement visible. Néanmoins des nombreux autres pics sont visibles correspondant aux harmoniques des modes de forçage  $2 F_1$  et  $2 F_2$ , mais aussi des pics associés à des interactions d'ordre plus élevé ( $2 F_1 + F_2$ ,  $F_1 + 2 F_2$ ). Pour cet exemple, la non-linéarité du champ de vagues est suffisamment forte pour ne pas avoir une résonance simple. Droite : Spectre spatio-temporel  $E(f, 1/\lambda)$  de hauteur de vagues obtenu par DLP, moyenné sur les différentes orientations dans le plan  $O_{xy}$ . Échelle de couleur logarithmique. Les maxima locaux du spectre correspondent aux pics du spectre temporel. La relation de dispersion linéaire (ligne pointillée)  $\omega^2 = \tanh(kh_0)(gk + T/\rho k^3)$  avec la tension de surface ajustée à  $T = 50 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$  passe bien par ces maxima.

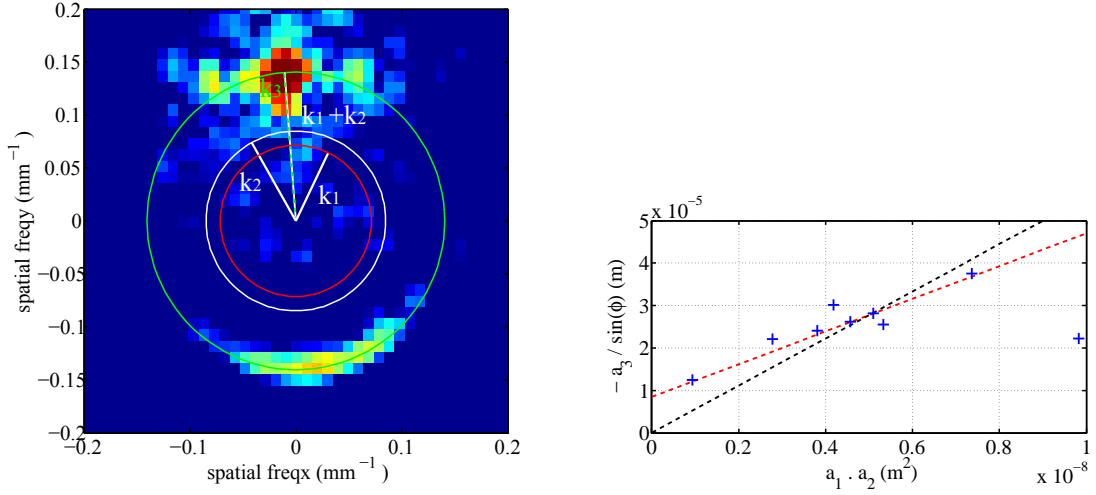
### 3 Interaction résonante *atypique* : $F_1 = 15 \text{ Hz}$ et $F_2 = 18 \text{ Hz}$ pour $\alpha_{12} = 90^\circ$

À première vue, le mécanisme classique d'interactions résonantes à trois ondes semble validé par l'expérience pour les ondes capillaires. Néanmoins expérimentalement, on observe la présence d'une onde à la fréquence  $F_3 = F_1 + F_2 = 33 \text{ Hz}$ , lorsque  $\alpha_{12} = 90^\circ$  alors que la relation de dispersion linéaire impose  $\alpha_{12} = 54^\circ$ . L'étude menée dans ce cas, a ainsi montré des résultats assez proches du cas classique présenté précédemment. La principale différence est mise en évidence sur le spectre spatio-temporel à la fréquence  $F_3$ ,  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_3)$  (Fig. 5, gauche). Le maximum du spectre donne en effet un vecteur  $\mathbf{k}_3$  très proche de  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ , en accord avec la relation de résonance. Mais ce pic est hors de la relation de dispersion linéaire (cercle vert), qui impose  $k_3$  pour  $F_3$  donné. On constate de plus, que sur ce spectre, une part non-négligeable du signal se répartit sur la relation de dispersion linéaire, mais dans d'autres directions. La verrouillage de phase demeure, mais  $\sin\phi$  semble fluctuer autour de  $-0,6$  (Fig. 5, haut-droite), valeur plus éloignée du régime quasi-stationnaire déduit de (2) et (3). Enfin lorsque les amplitudes du produit  $a_1 a_2$  sont suffisamment faibles, on observe que  $a_3$  est effectivement proportionnelle à ce produit (Fig. 5, bas-droite), montrant que l'onde **3** est vraisemblablement produite par un mécanisme d'interaction résonante. Avec cette hypothèse, on estime  $\gamma_3$  par la même méthode que précédemment en prenant  $\alpha_{12} = 90^\circ$  et l'on obtient alors  $\gamma_3 = 2,0 \times 10^4 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , sachant que la valeur théorique serait  $\gamma_3 = 7,1 \times 10^4 \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . Des résultats analogues ont été aussi observés précédemment, pour des ondes hydro-élastiques se propageant

sur une membrane flottante [12]. Qu'on puisse créer une composante par le mécanisme d'interactions résonantes, mais en dehors de la relation de dispersion, reste à ce jour, un phénomène surprenant et non compris, pour lequel des expériences complémentaires demeurent nécessaires. Une possible explication pourrait être dû au fait qu'on étudie le champ d'ondes en régime stationnaire dans une cuve fermée. La perturbation créée à la fréquence  $F_3 = F_1 + F_2$  et au vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  pourrait exister de manière transitoire et relaxer continuellement vers la relation de dispersion.

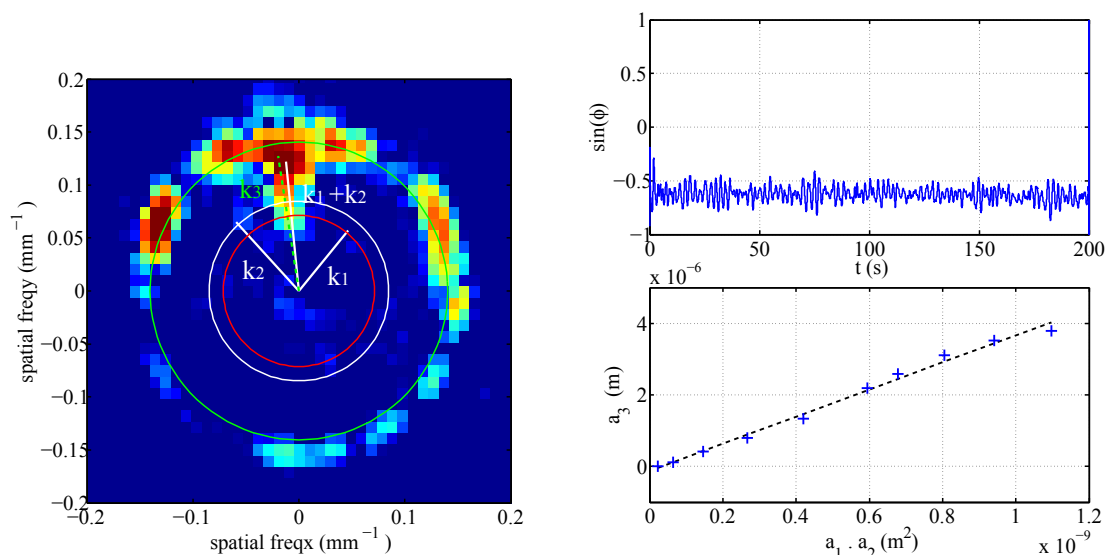


**Figure 3.** Gauche : Régime instationnaire, amplitude des pics aux fréquences  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  en fonction du temps. Les courbes sont obtenues en filtrant passe-bande, le signal de la sonde capacitive. Les batteurs sont démarrés à  $t = 10$  s et stoppés à  $t = 110$  s. Après une phase de croissance, les amplitudes respectives des pics se stabilisent. Droite : En utilisant une transformée de Hilbert, la phase respective des signaux peut être extraite. On met en évidence le verrouillage de phase de l'onde fille avec les ondes mères,  $\phi = \phi_1 + \phi_2 - \phi_3 \approx$  constante durant la phase de génération. De plus  $\sin(\phi)$  est relativement proche de  $-1$ , ce qui est attendu théoriquement en régime quasi-stationnaire.



**Figure 4.** Gauche : Spectre spatio-temporel  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_3)$  de hauteur de vagues obtenu par DLP à la fréquence  $F_3$  pour  $\alpha_{12} = 54^\circ$ . Les traits blanc partant du centre, représentent les vecteurs  $\mathbf{k}_1/2\pi$ ,  $\mathbf{k}_2/2\pi$  et  $(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)/2\pi$ , obtenus expérimentalement avec  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_1)$  et  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_2)$ . Le trait vert pointillé correspondant au maximum du spectre est identifié comme  $\mathbf{k}_3/2\pi$ . On constate que  $\mathbf{k}_3$  et  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$  sont quasiment confondus. Les cercles rouge, blanc et vert, donnent les valeurs de  $\mathbf{k}$  possibles, compte-tenu de la relation de dispersion linéaire, respectivement pour les fréquences  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$ . Le signal dans la direction opposée à  $\mathbf{k}_3$  est vraisemblablement dû aux réflexions sur les parois de la cuve. Droite : Estimation du taux de croissance de l'onde  $\mathbf{3}$ , en traçant  $a_3/\sin\phi$  en fonction du produit  $a_1 a_2$ .  $a_3$  est à peu près proportionnel à  $a_1 a_2$ , sauf pour les plus grandes et les plus faibles valeurs.

Pour finir, ce mécanisme non classique semble particulièrement pertinent dans les expériences étudiant la turbulence d'ondes de surface en cuve fermée [3]. En effet, comme l'angle entre  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$ , n'est pas imposé, ces interactions paraissent bien plus probables, que celles vérifiant à la fois la relation de dispersion et la condition de résonance. Pour déterminer la part relative entre ces deux types d'interactions résonantes, une mesure des corrélations à trois ondes dans l'espace de Fourier (*bicohérence*), semble nécessaire à la fois en temps et en espace.



**Figure 5.** Gauche : Spectre spatio-temporel  $E(k_x/2\pi, k_y/2\pi, F_3)$  de hauteur de vagues obtenu par DLP à la fréquence  $F_3$  pour  $\alpha_{12} = 90^\circ$ . Mêmes notations qu'à la Fig. 4. Le maximum du spectre donne  $\mathbf{k}_3 \approx \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ . Néanmoins ce maximum ne se place pas sur la relation de dispersion linéaire (cercle vert). On remarque aussi que la répartition du signal en dehors de ce pic, se trouve préférentiellement sur la relation de dispersion. Haut-Droite : Evolution de  $\sin \phi = \sin(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3)$ , au cours du temps en régime stationnaire. Le verrouillage de phase est à nouveau observé, mais les fluctuations semblent plus importantes autour d'une valeur moyenne d'environ  $-0,6$ . Bas-Droite : Estimation du taux de croissance de l'onde **3**, en traçant  $a_3$  en fonction du produit  $a_1 a_2$ . L'évolution est bien décrite par une loi de proportionnalité validant le mécanisme de résonance.

**Remerciements :** Ce travail a été financé par l'ANR Turbulon 12-BS04-0005.

## Références

1. A. D. CRAIK, *Wave Interactions and Fluid Flows*. Cambridge University Press, Cambridge (1986).
2. L. F. MCGOLDRICK, *J. Fluid Mech.*, **40**, 251–271 (1970).
3. M. BERHANU & É. FALCON, *Phys. Rev. E*, **87**, 033003 (2013).
4. L. F. MCGOLDRICK, *J. Fluid Mech.*, **21**, 305–331 (1965).
5. W. F. SIMMONS, *Proc. R. Soc. A Lond.*, **309**, 551–575 (1969).
6. D. HENDERSON & J. HAMMACK, *J. Fluid Mech.*, **184**, 15–41 (1987).
7. M. PERLIN, D. HENDERSON & J. HAMMACK, *J. Fluid Mech.*, **219**, 51–80 (1990).
8. G. BORDES, F. MOISY, T. DAUXOIS & P.-P. CORTET, *Phys. Fluids*, **24**, 014105 (2012).
9. S. JOUBAUD, J. MUNROE, P. ODIER & T. DAUXOIS, *Phys. Fluids*, **24**, 0141703 (2012).
10. S. NAZARENKO, *Wave Turbulence*, Springer, Berlin (2011).
11. L. DEIKE, M. BERHANU & É. FALCON, *Phys. Rev. E*, **85**, 066311 (2013).
12. L. DEIKE, *Études expérimentales et numériques de la turbulence d'ondes de surface*, Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot (2013).