

# Ondes de surface produites par un jet turbulent immergé

Annette Cazaubiel, Éric Falcon & Michael Berhanu

Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, MSC, UMR-CNRS 7057, F-75013 Paris, France, EU  
annette.cazaubiel@univ-paris-diderot.fr

**Résumé.** Dans cet article, nous étudions la déformation de la surface libre d'un fluide par un jet turbulent immergé et en particulier la génération d'ondes de surface associée. Le jet impacte la surface libre et induit une élévation de la surface ou « cloche » au point d'impact. Les fluctuations de la cloche constituent une source d'ondes de surface gravito-capillaires qui se propagent radialement. Ces vagues suivent la relation de dispersion modifiée par effet Doppler dû à la présence d'un courant radial sous la surface. Cette expérience fournit un cas non trivial d'interactions ondes-courant.

**Abstract.** In this paper, we study the deformation of a free surface by a turbulent water jet and in particular the generation of surface waves in this system. The jet impinges the free surface and induces an elevation of the surface or “bump” at the impact point. The fluctuations of the bump constitute a source of propagative surface waves that propagate radially. These waves follow a dispersion relation modified by Doppler effect due to the presence of a radial flow under the surface. This experiment presents a non-trivial case of wave-current interactions.

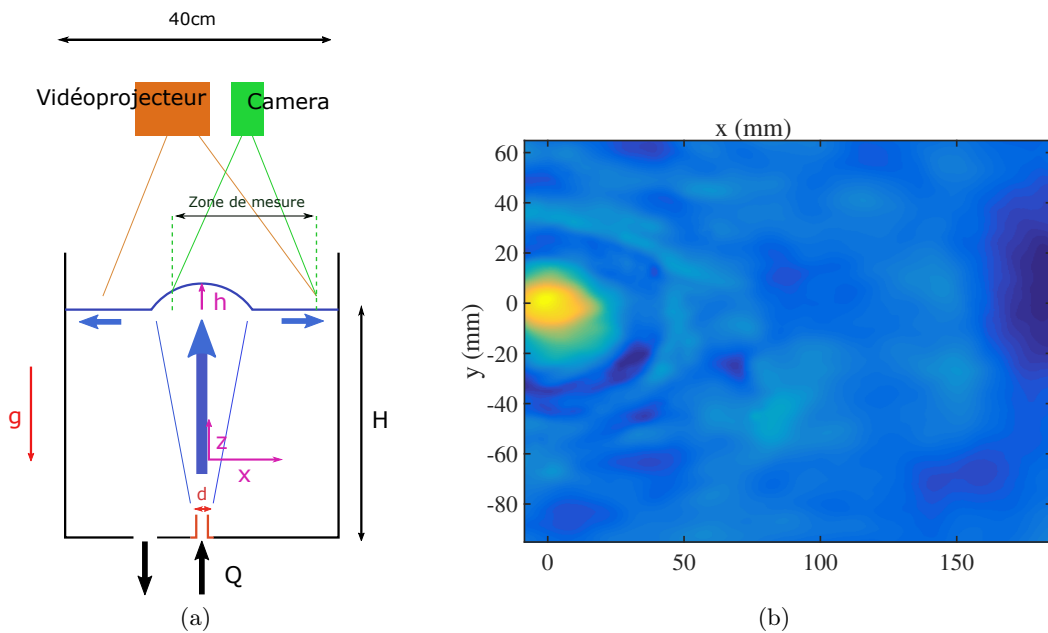
## 1 Introduction

La propagation d'ondes de surface en présence d'un écoulement turbulent est un phénomène important dans l'étude de la dynamique des écoulements au sein des océans ou de l'atmosphère. Un écoulement turbulent est susceptible d'interagir avec des ondes de surface de différentes manières. Il peut les atténuer, en modifier la relation de dispersion, et parfois en être la source. Afin de contribuer à la compréhension de l'interaction turbulence/ondes de surface, nous nous sommes intéressés au cas particulier de l'impact d'un jet turbulent immergé sur une surface libre.

Le jet turbulent axisymétrique constitue un exemple classique bien décrit d'écoulement turbulent, notamment par Bailly et Comte-Bellot [1]. En revanche, son impact sur une surface libre est nettement moins étudié. Citons néanmoins Laroque *et al.* [2], qui ont mené une étude détaillée expérimentale et numérique d'un tel système. Le jet induit en moyenne une élévation moyenne de la surface libre dont la forme rappelle une « cloche » en son point d'impact. Friedmann et Katz [3] ont observé cette cloche dans un système similaire à l'interface entre deux fluides non miscibles. Leur étude qualitative leur a permis de définir plusieurs régimes associés à des lois d'échelle de l'amplitude de cette cloche en fonction du nombre de Richardson  $Ri$ , nombre sans dimension, défini comme le rapport entre l'énergie gravitationnelle et l'énergie cinétique turbulente, soit  $Ri = Dg/u^2$ ,  $D$  étant le diamètre du jet,  $u$  sa vitesse proche de la surface libre et  $g$  la valeur du champ de pesanteur. Dans notre expérience, des mesures spatio-temporelles de la déformation de la surface libre ont montré que l'amplitude de la déformation moyenne évolue en  $Ri^{-1}$  [3]. Néanmoins la déformation moyenne de l'interface s'accompagne de fortes fluctuations [2] en raison de la turbulence de l'écoulement. Pour certaines valeurs de paramètres, ces fluctuations présentent une fréquence caractéristique. Des oscillations de la cloche à une fréquence donnée ont déjà été observées dans la littérature dans le cas d'un jet bidimensionnel (Bouchet *et al.* [4]), dans le cas d'un jet proche de la surface (Giorgiutti *et al.* [5]) et dans le cas d'un jet turbulent axisymétrique (Zheng *et al.* [6]). Dans notre système, nous avons mis en évidence que les fluctuations de la cloche étaient la source d'ondes de surface gravito-capillaires, en caractérisant la génération et la propagation de ces ondes. La production de vagues par un jet turbulent immergé n'a en effet pas fait l'objet d'étude dans la littérature.

## 2 Dispositif expérimental

L'étude est faite dans une cuve cubique de 40 cm de côté en plexiglas transparent (voir schéma sur la figure 1 (a)). Le jet turbulent est créé par une pompe centrifuge. L'eau est injectée au centre de la cuve à travers une buse en laiton de trois centimètres de hauteur. L'eau est aspirée en bas de la cuve par un trou de 15 mm de diamètre situé à 30 mm de la buse d'injection. On dispose de plusieurs buses de diamètres différents, si bien que le diamètre  $d$  de sortie du jet est un paramètre que l'on peut contrôler. Dans les mesures effectuées, aucune rupture de symétrie liée à l'aspiration de la pompe n'a été observée. Le débit de la pompe  $Q$  est contrôlé par un robinet et mesuré par un débitmètre (Biotech FCH-C-PA-N) à turbine. On dispose donc de trois paramètres de contrôle : le débit  $Q$  de la pompe, le diamètre  $d$  de la buse et la hauteur  $H$  d'eau dans la cuve. Dans notre étude, on considérera que les bords de la cuve ont un effet secondaire sur nos observations. Nous négligerons également l'effet de l'aspiration de la pompe sur l'écoulement. Le problème que nous traitons peut donc être considéré comme axisymétrique avec comme axe de symétrie l'axe du jet. La déformation de la surface est mesurée par profilométrie par transformée de Fourier (FTP) [7]. Cette technique nous a permis d'effectuer des mesures spatio-temporelles de la déformation de la surface libre. Le principe est de projeter un réseau de franges à la surface de l'eau au moyen d'un vidéoprojecteur (Epson TW3000) et de mesurer les déformations de la surface libre à partir des déformations des franges visualisées par une caméra (Phantom V10). Pour cela, on forme dans l'eau ultra-pure une dispersion de particules de dioxyde de titane (Kronos TiO2 Anatase 1001), qui ont la propriété de diffuser la lumière, attribuant ainsi une couleur blanche à l'eau et permettant de focaliser les franges à la surface. Un exemple typique de reconstruction de la surface par FTP est montré en Fig. 1 (b). L'écoulement a été préalablement caractérisé grâce à des mesures de vitesses dans le fluide par LDV et par PIV. Loin de la surface, le jet vérifie les propriétés classiques d'un jet axisymétrique turbulent [1, 2]. Sous la surface libre, on observe un écoulement radial partant du sommet du jet. Par soucis de concision, ces résultats ne seront pas présentés ici.

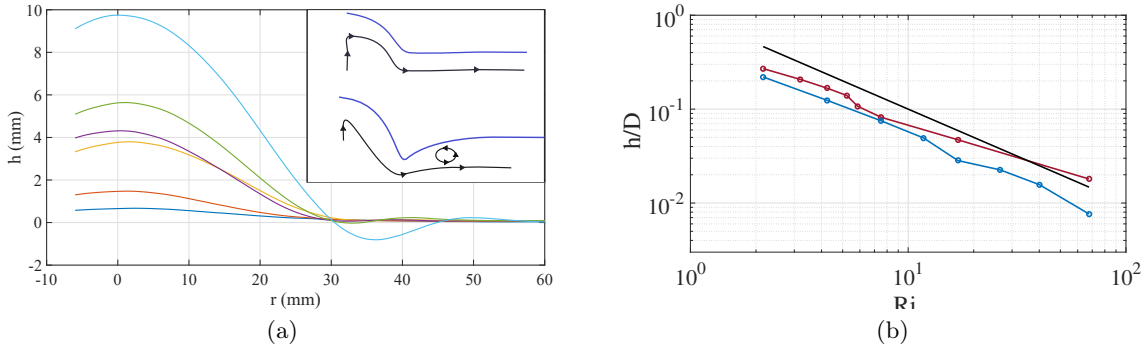


**FIGURE 1.** (a) Dispositif expérimental vu de profil. (b) Reconstruction de la surface par profilométrie par transformée de Fourier pour  $Q = 2\text{ L/min}$ ,  $d = 6\text{ mm}$  et  $H = 200\text{ mm}$  (paramètres usuels de l'expérience). On aperçoit à gauche de l'image, le dôme ou « cloche » créé par le jet à l'endroit de l'impact. Un creux est visible autour de ce dôme sous la forme d'un anneau d'environ 60 mm de diamètre. On observe également que le reste de la surface est perturbé. Code couleur : élévation en mm (échelle linéaire).

### 3 Déformation de la surface proche de l'impact du jet : formation d'une cloche et d'un ressaut

Le jet induit une élévation de la surface ou cloche à l'endroit de l'impact. La figure 2 (a) représente le profil de la surface de l'eau à différents débits. La cloche a une forme approximativement gaussienne et croît avec le débit du jet. À partir d'un certain débit,  $Q = 1,8$  L/min, on peut observer un creux ou « ressaut » autour de la cloche. Ce creux est également observé par Friedman & Katz [3], dont l'interprétation qualitative est la suivante : lorsque le débit est faible, les lignes de courant suivent le jet jusqu'à atteindre la surface, puis elles suivent la déformation en forme de cloche de la surface. À débit plus élevé, l'inertie au niveau de la surface est plus grande, les lignes de courant suivent le jet, sont détournées par la surface et continuent de plonger sous la surface de l'eau. Des vortex se créent alors proches de la cloche qui génèrent un pincement de la surface autour de la cloche appelé « ressaut » (cf. Fig. 2).

La figure 2 (b) représente le rapport d'aspect de la cloche, sa hauteur,  $h$ , divisée par sa hauteur à mi-hauteur,  $D$ , en fonction de  $Ri$  pour différentes valeurs de  $Q$ . Le nombre  $Ri$  est calculé à partir des données expérimentales de  $h$  et  $D$  par profilométrie et de la vitesse moyenne  $u$  proche de la surface mesurée par PIV. Le diamètre du jet est pris égal au diamètre à mi-hauteur de la cloche,  $D$ . Nous avons vérifié par des mesures de PIV, que la cloche était aussi large que le jet sous la surface. Le rapport d'aspect suit la loi  $h/D \sim Ri^{-1}$ . Cette loi est obtenue simplement par la relation de Bernoulli :  $u^2/2 \sim gh$ , en équilibrant l'énergie cinétique du fluide et son énergie potentielle de gravité.



**FIGURE 2.** (a) Profil de la surface moyenné en temps pour différents débits ( $Q = 0,5; 1; 1,7; 1,8; 2; 2,8$  L/min). On observe l'apparition du « ressaut » pour  $Q = 1,8$  L/min. Les schémas en encart représentent les lignes de courant sous la surface avec et sans ressaut. (b) Rapport d'aspect en fonction du nombre de Richardson sous l'interface pour deux séries de mesures indépendantes (en rouge et en bleu). En noir, la loi d'échelle de Friedman et Katz [3] :  $h/D \propto Ri^{-1}$ . Les données expérimentales semblent bien s'aligner suivant cette loi d'échelle.

### 4 Déformation de la surface loin de l'impact du jet : génération et propagation d'ondes de surface

Toutes les observations précédentes ont été faites sur les valeurs moyennes de nos mesures au point d'impact du jet. Pourtant la déformation de la surface libre fluctue grandement, aussi bien au niveau de la cloche que loin du centre. Or, la turbulence de l'écoulement radial pourrait induire des fluctuations de la surface libre. Dans cette partie, nous montrerons cependant que les fluctuations de la surface libre correspondent principalement à des ondes de surface. Les fluctuations turbulentes de la cloche constituent alors une source d'ondes de surface. Pour mettre en évidence la présence d'ondes de surface, nous nous intéressons aux spectres spatio-temporels de la déformation loin de la cloche définis comme :

$$S_{\eta}(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{TL_x L_y} \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \hat{\eta}(k_x, k_y, t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (1)$$

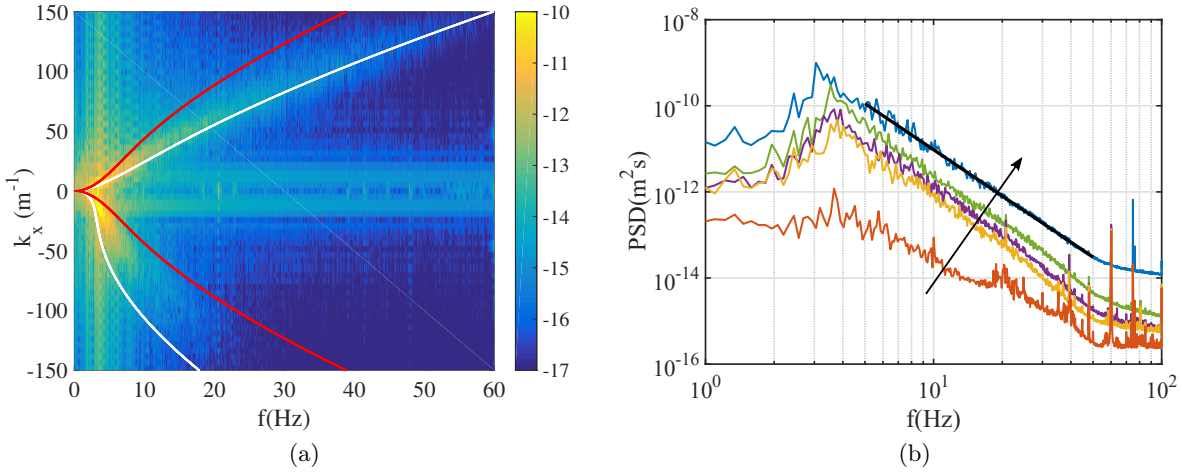
où  $\hat{\eta}$  est la transformée de Fourier spatiale en deux dimensions calculée pour chaque image. La figure 3 (a) représente le spectre spatio-temporel  $S_\eta(k_x, k_y = 0, \omega)$  suivant  $x$ . La zone de calcul du spectre est choisie telle que  $x$  peut être considéré comme la direction de propagation des ondes ( $x > 130$  mm sur la figure 1). S'il y a génération d'ondes de surface, on s'attend à ce que le spectre se concentre suivant une relation de dispersion d'ondes gravito-capillaires en eau profonde. Toutefois, dans notre système, les ondes observées dans le référentiel immobile par notre caméra se propagent en présence d'un écoulement sous la surface, de vitesse  $\mathbf{v}$ . Il faut donc ajouter un terme d'effet Doppler à la relation de dispersion :

$$\omega = \sqrt{gk + \frac{\gamma k^3}{\rho}} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{k}. \quad (2)$$

Avec  $\gamma$  la tension de surface à l'interface eau/air et  $\rho$  la masse volumique de l'eau. Les ondes se propageant dans le sens du courant voient leur fréquence apparente augmenter et les ondes contra-propagatives voient leur fréquence diminuer. Pour  $\mathbf{v} = 0$ , on retrouve la relation de dispersion classique des ondes gravito-capillaires.

Sur la figure 3 (a), on a ainsi superposé en rouge la relation de dispersion classique des ondes gravito-capillaires et en blanc la relation de dispersion en prenant en compte l'effet Doppler. La valeur de la vitesse de l'écoulement sous la surface a été mesurée expérimentalement par PIV pour les mêmes valeurs de paramètres ( $v$  compris entre 0,08 et 0,20 m/s). On observe que le spectre se concentre bien suivant la relation de dispersion modifiée par effet Doppler, notamment pour les ondes se propageant dans le sens du courant. Ainsi les fluctuations de la surface libre loin du jet correspondent à la propagation d'ondes de surface en présence d'un écoulement. De plus,  $S_\eta(k_x, k_y = 0, \omega)$  présente un maximum autour d'une fréquence  $f_c \approx 3$  Hz. On observe à cette fréquence un signal significatif sur un large intervalle du nombre d'onde  $k$  en dehors de la relation de dispersion. On retrouve cette fréquence caractéristique en traçant le spectre temporel du même signal. Sur la figure 3 (b) sont tracés les différents spectres temporels  $S_\eta(f)$  pour différents débits, obtenus à partir de  $S_\eta(k_x, k_y, \omega)$ . Pour des débits suffisamment forts,  $Q > 1$  L/min, le spectre croît jusqu'à la fréquence  $f_c$ , puis on observe une décroissance en loi de puissance du spectre. La fréquence  $f_c$  varie entre 3 et 4 Hz et semble augmenter légèrement lorsque le débit diminue. L'exposant de la loi de puissance est de l'ordre de  $-3,5$ . En effectuant des mesures locales au fil capacitif, on a pu remarquer que cette pente variait en fonction de la position du fil. Le spectre spatial étant ici moyenné sur une zone inhomogène, il est difficile d'interpréter simplement la valeur de cet exposant. Différents phénomènes physiques pourraient en effet conduire à un spectre en loi de puissance. Comme nous avons montré la présence d'ondes de surface, des interactions non linéaires entre ondes pourraient mener à de la turbulence d'ondes de surface produisant un tel spectre. Toutefois, nous n'observons pas de rupture de pente, comme cela devrait être le cas, entre les ondes capillaires et de gravité. Une autre possibilité serait que les variations de pression turbulente dues à l'écoulement sous-jacent déformeraient la surface. Ces déformations auraient un spectre en  $f^{-7/3}$ , qui se déduit du spectre en  $f^{-5/3}$  de la vitesse de l'écoulement. Or, le nombre de Reynolds de l'écoulement sous la surface est de l'ordre de  $Re = 5000$ , ce qui n'est pas suffisant pour observer un spectre de vitesse en loi de puissance bien défini (vérifié expérimentalement grâce à nos mesures de PIV). Le spectre observé résulte probablement d'une interaction complexe entre les ondes de surface et l'écoulement sous la surface. Les fluctuations turbulentes de l'écoulement pourraient en effet agir comme un terme d'advection aléatoire des ondes, ce qui transformerait un spectre discret en spectre continu.

De plus, le spectre temporel de la position du maximum de la cloche obtenu par profilométrie, montre aussi un maximum à la fréquence  $f_c$ , ce qui justifie que les fluctuations de la cloche sont à la source des ondes observées loin du centre. Cette fréquence de forçage des ondes pourrait être due à la dynamique grande échelle du jet turbulent. Pour caractériser la dépendance de  $f_c$ , nous avons alors effectué des mesures locales de la déformation de la surface à l'aide d'un fil capacitif en faisant varier chacun de nos paramètres. Sur la figure 4 sont tracés les spectres de puissance temporels de l'élévation de la surface en un point éloigné de la cloche ( $x = 67$  mm,  $y = 0$  mm, cf. Fig. 1) pour différentes valeurs de la hauteur d'eau  $H$  (Fig. 4(a)), et du diamètre du jet (Fig. 4(b)), en fixant les valeurs des autres paramètres. La fréquence  $f_c$  semble diminuer très légèrement lorsque la hauteur d'eau augmente et croître avec le diamètre



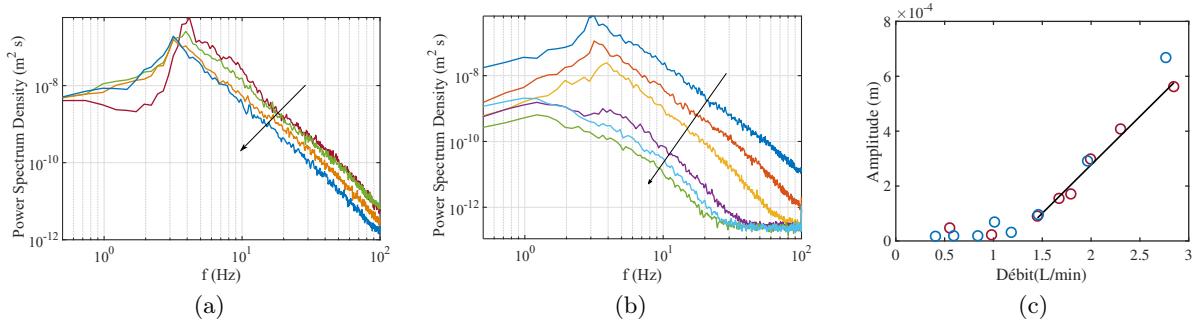
**FIGURE 3.** (a) Spectre de puissance spatio-temporel de la déformation de la surface libre  $\log_{10}(S_\eta(k_x, k_y = 0, \omega))$ , pour une débit fort  $Q = 2$  L/min. Les lignes en rouge correspondent à la relation de dispersion classique des ondes gravito-capillaires ( $\mathbf{v} = 0$ ). Les lignes blanches prennent en compte l'effet Doppler (Éq. (2)) en présence d'un écoulement de vitesse moyenne  $v = 0,14$  m/s (donnée expérimentale mesurée à la PIV). (b) Spectres en puissance temporels  $S_\eta(f)$ , pour différents débits croissants dans le sens de la flèche (les mêmes qu'en Fig. 2) et pour  $H = 20$  cm et  $d = 6$  mm. Pour des débits suffisants, on observe un pic à une fréquence  $3 < f_c < 4$  Hz, puis une décroissance en loi de puissance du spectre. La ligne continue noire représente un ajustement linéaire du spectre temporel pour  $Q = 2,8$  L/min, on trouve une pente de  $-3.5$ .

de la buse. Toutefois, nous pouvons observer une fréquence caractéristique seulement quand le forçage est suffisamment fort pour que le pic existe, et suffisamment faible pour que notre jet n'entraîne pas d'air sous la surface. Nos fenêtres de paramètres sont donc trop limitées pour conjecturer des lois d'échelle pour  $f_c$  en  $Q$ ,  $d$  et  $H$ . Par ailleurs, on remarque que lorsque la hauteur  $H$  augmente, l'énergie du spectre diminue. En effet, plus le niveau d'eau est bas, plus la vitesse du jet est forte au point d'impact avec la surface. En revanche, le spectre des mesures à niveau d'eau plus faible est plus pauvre en basse fréquence. Le jet s'élargissant avec  $H$ , les déformations de grandes longueurs d'onde ne peuvent être générées que par un jet assez large. L'énergie du spectre diminue également lorsque  $d$  augmente, la vitesse du jet est en effet moins grande à débit constant lorsqu'on augmente le diamètre de la buse.

Enfin, pour estimer l'amplitude des ondes générées, on a tracé sur la figure 4(c) l'écart-type de la déformation de la surface en fonction de  $Q$ , tous les autres paramètres du système étant fixés, à partir des mesures de profilométrie utilisées pour calculer  $S_\eta$ . On remarque qu'à partir d'un certain débit seuil, cet écart type semble être linéaire en  $Q$ . On attend en effet une relation de proportionnalité entre les fluctuations de vitesse forçant les ondes et l'amplitude des ondes générées. Le seuil correspondrait au passage d'un régime où les fluctuations de pression sont dominantes dans la déformation de la surface, à un régime où la propagation d'ondes domine dans la déformation de la surface.

## 5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons étudié l'interaction d'un jet turbulent axisymétrique immergé avec une interface eau/air. L'impact du jet produit ainsi une déformation moyenne de la surface libre de forme semblable à une gaussienne (la « cloche »), dont l'amplitude  $h$  suit une loi d'échelle  $h \sim u^2/g$  pour  $2 < \text{Ri} < 70$ . Cette déformation moyenne s'accompagne de fortes fluctuations de l'interface. Nous avons mis en évidence que ces fluctuations loin du centre correspondaient à la propagation radiale d'ondes de surface provenant du point d'impact du jet. Les fluctuations à grande échelle de la « cloche » à la fréquence  $f_c$  constitue ainsi un terme de forçage des ondes, dont l'amplitude caractéristique augmente avec la vitesse



**FIGURE 4.** (a) Spectre temporel de la déformation de la surface en un point, pour  $Q = 2$  L/min et  $d = 6$  mm fixés, à différentes hauteur d'eau,  $H = 130, 160, 180$  et  $200$  mm,  $H$  augmente dans le sens de la flèche.  $f_c$  varie peu avec la hauteur, et semble diminuer lorsque  $H$  augmente. (b) Spectre temporel de la déformation de la surface en un point, pour  $Q = 2,2$  L/min et  $H = 200$  mm fixés, à différents diamètres de buse,  $d = 4, 6, 8, 10, 12$  et  $14$  mm ; le diamètre  $d$  augmente dans le sens de la flèche. On remarque que le diamètre de la buse change beaucoup l'allure du spectre et  $f_c$  semble augmenter avec  $d$ . (c) Écart-type de la déformation de la surface en fonction du débit, les points bleus et rouges représentent les données pour deux séries de mesures indépendantes (les mêmes qu'en Fig. 2). À partir d'un certain seuil, l'amplitude des ondes semble suivre une relation linéaire en  $Q$  (ligne noire).

du jet. Nous avons aussi pu montrer que la relation de dispersion des ondes était notablement modifiée en raison de leur advection par l'écoulement sous la surface. Enfin, les spectres temporels de la déformation sont en lois de puissance, ce qui pourrait être lié à l'interaction des ondes avec la turbulence de l'écoulement sous la surface.

Dans cette expérience, nous pouvons remarquer que l'interaction entre les ondes de surface et la turbulence de l'écoulement qui les génèrent est loin d'être triviale. En effet, les ondes sont émises par les fluctuations turbulentes à grande échelle, d'un écoulement par essence inhomogène. De plus la propagation des ondes est fortement modifiée par la présence d'un écoulement sous la surface. Cet écoulement radial sous la surface varie avec la distance au centre  $r$ . La relation de dispersion (2) devrait donc dépendre de  $r$  et donc du point d'observation, c'est pourquoi on n'a pu l'estimer qu'en s'éloignant du centre. Néanmoins la génération d'ondes par un jet impactant une surface libre apparaît comme un cas notable de génération de vagues, observé par exemple pour les résurgences d'eau souterraine à la surface de mers ou de lacs, ou pour certaines fontaines publiques. Pourtant, à notre connaissance, ce phénomène n'avait jamais fait l'objet d'une étude physique.

Par la suite, nous pouvons compléter d'une part l'étude de ce système en traitant le cas d'un jet instationnaire qui se rapproche plus des systèmes naturels. L'étude pourra également être comparée à un calcul analytique de la déformation de la surface et d'ondes émises impulsivement par le jet. D'autre part, afin de continuer à caractériser l'interaction ondes/turbulence, l'étude de la génération et de la propagation d'ondes de surface en présence d'un écoulement turbulent homogène, initiée par Timothée Jamin pendant sa thèse [8] pourra être poursuivie.

## Références

1. C. BAILLY & G. COMTE-BELLOT, *Turbulence*, Éditions du CNRS, Paris (2003)
2. J. LAROQUE, N. RIVIÈRE, S. VINCENT, D. REUNGOAT, J.-P. FAURE, J.-P. HELIOT, J.-P. CALTAGIRONE & M. MOREAU, *Phys. Fluids*, **21**, 065110 (2009)
3. P. D. FRIEDMANN & J. KATZ, *Phys. Fluids*, **11**, 2598 (1999).
4. G. BOUCHET, E. CLIMENT & A. MAUREL, *Europhys. Lett.*, **59**, 827–833 (2002).
5. F. GIORGIUTTI, L. LAURENT & F. DAVIAUD, *Phys. Rev. E*, **58**, 512–521 (1998).
6. J. ZHENG, K. KATAOKA, T. YOSHIMURA & N. OHMURA, *J. Chem. Eng. Jpn.*, **36**, 147–154 (2003).
7. A. MAUREL, P. COBELLI, V. PAGNEUX & P. PETITJEANS, *J. Appl. Opt.*, **48**, 380–392 (2009).
8. T. JAMIN, *Interactions entre ondes de surface et écoulement hydrodynamique*, Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (2016).