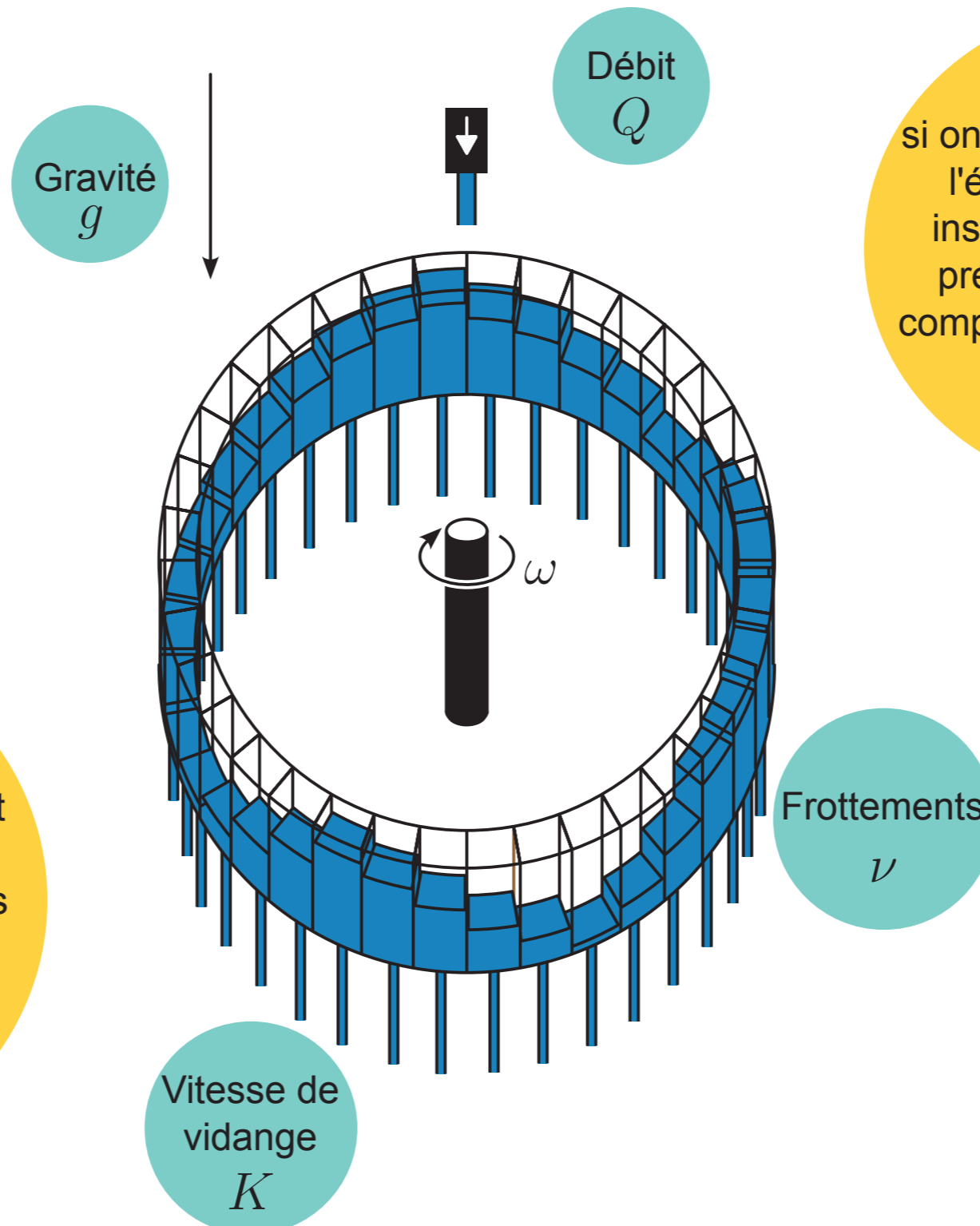




ROUE À EAU CHAOTIQUE

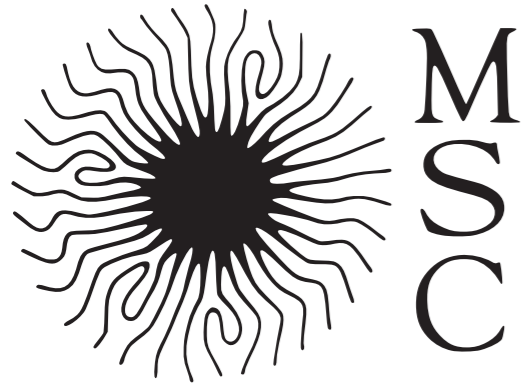
De l'eau est perpétuellement ajoutée en haut de la roue. La situation où la roue est immobile étant **instable**, elle se met à tourner.

Selon la quantité et la répartition de l'eau à l'intérieur de la roue, elle peut être **entraînée dans son mouvement** et faire plusieurs tours dans le même sens ou bien si elle n'a pas assez d'élan **changer de sens**, comme un pendule.



En théorie, si on connaît parfaitement l'état de la roue à un instant donné, on peut prédire exactement le comportement de la roue : le système est **déterministe**.

En pratique, il est souvent impossible d'anticiper le mouvement de la roue, même à court terme. Le système est alors qualifié de **chaotique**.



ROUE À EAU CHAOTIQUE

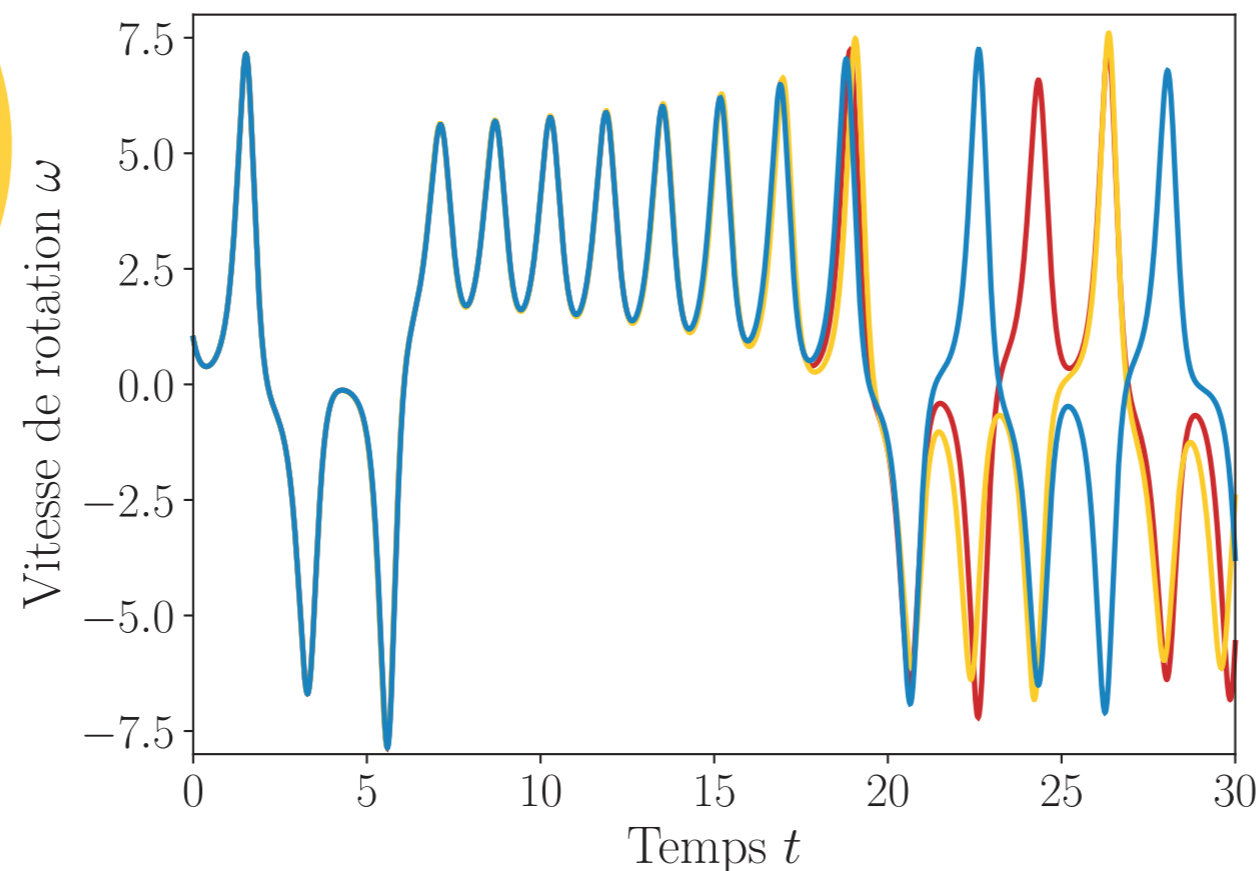


QU'EST-CE QUE LA SENSIBILITÉ AUX CONDITIONS INITIALES ?

Une caractéristique impressionnante des phénomènes chaotiques est leur **sensibilité aux conditions initiales** : un écart très faible entre deux situations de départ croît exponentiellement et mène rapidement à des situations très différentes.

Sur le graphe, on voit l'évolution simulée de la vitesse de la roue pour trois situations initiales semblables à un millième près.

Les courbes, indiscernables au début, deviennent en un temps court **radicalement différentes**.



La sensibilité aux conditions initiales est parfois connue sous le nom d'**effet papillon**, un terme inventé par Edward Lorenz, le premier physicien à étudier les équations régissant la roue.

La sensibilité aux conditions initiales est décrite **dès la fin du XIX^e siècle** mais ce n'est que dans les années 70 que l'on commence à étudier des systèmes réels possédant cette propriété



ROUE À EAU CHAOTIQUE

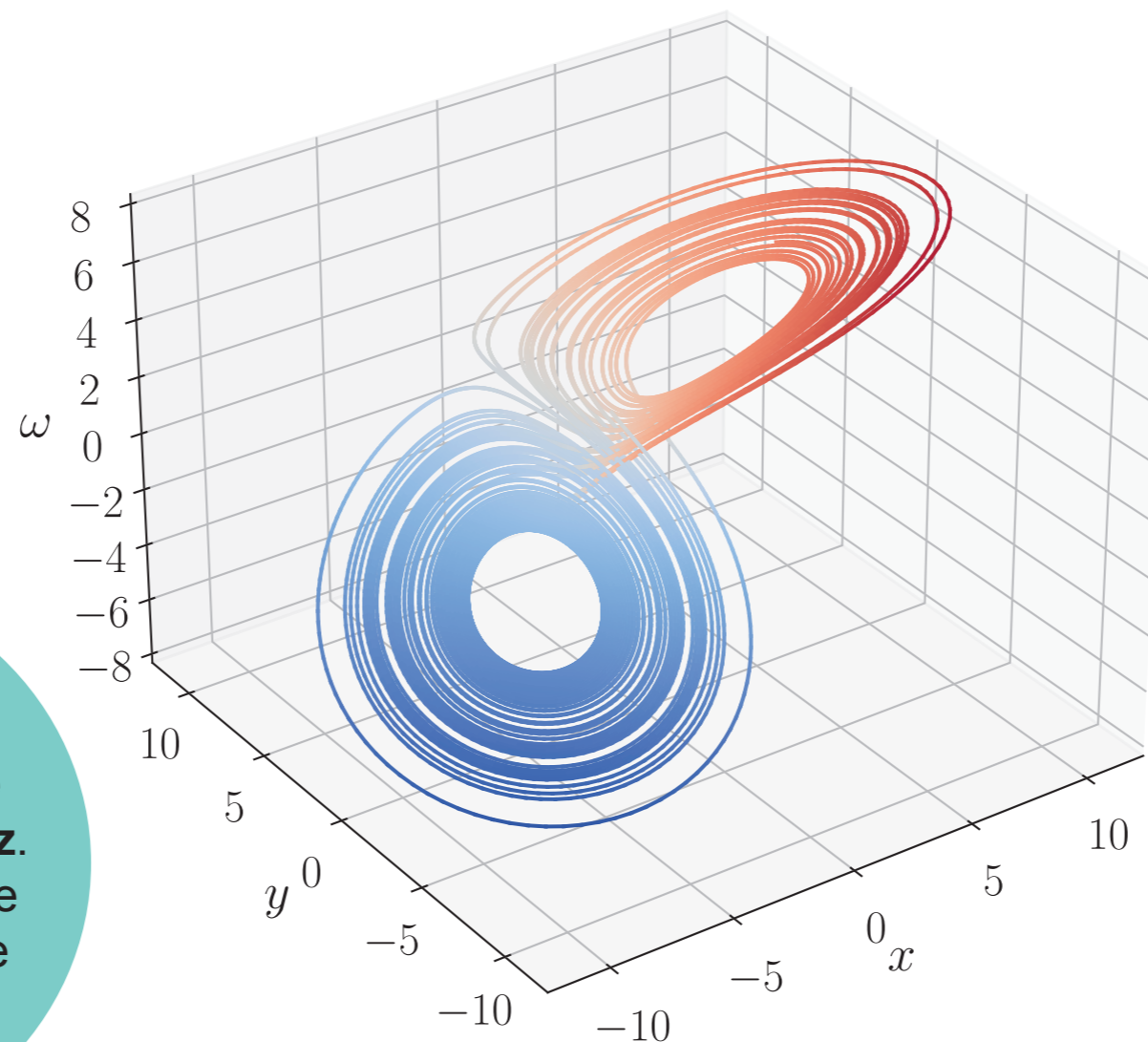


QU'EST CE QUE LE CHAOS ?

Un phénomène est dit chaotique si il est **déterministe**, **apériodique** et **sensible aux conditions initiales**.

Les systèmes chaotiques sont prédictibles en théorie (**déterministes**) mais leur **sensibilité aux conditions initiales** les rend impossible à prédire en pratique.

L'objet le plus utilisé pour parler de chaos est le **système d'équations de Lorenz**. C'est le même système d'équations qui régit le comportement de la roue.



La notion de chaos intervient dans de **nombreux domaines** : en mécanique des fluides, en astronomie, en chimie, en géophysique, mais aussi en biologie ou en finance.

Sur ce graphe sont représentés les états successifs de la roue pour une évolution simulée. Les couleurs représentent le signe de la vitesse. La *surface* dessinée est un **attracteur étrange**.



ROUE À EAU CHAOTIQUE



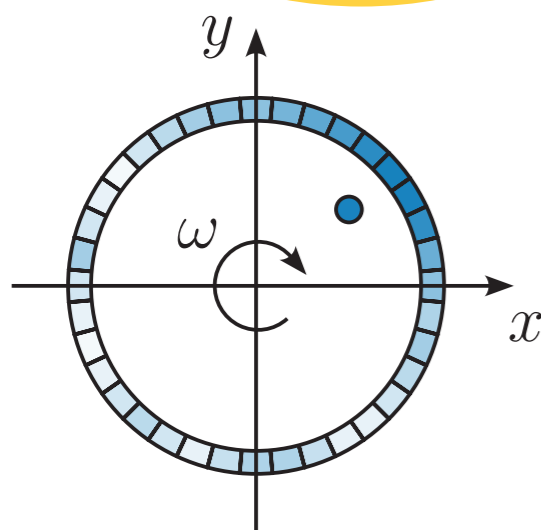
COMMENT MODÉLISER LE COMPORTEMENT DE LA ROUE ?

La description mathématique du comportement de la roue permet (en théorie) de prédire son mouvement.

À tout instant, l'état de la roue peut être décrit en utilisant seulement trois nombres **variables** :

x et y représentent la **position du centre de gravité** ●

ω représente la **vitesse de rotation** ↻



L'évolution temporelle de ces variables est régie par un **système d'équations** dans lequel chaque terme représente un effet physique.

Frottements

Gravité

$$\dot{\omega} = -\sigma\omega + \sigma x$$

$$\dot{x} = -x + \omega y$$

$$\dot{y} = -y - \omega x + \rho$$

Vidange

Rotation

Remplissage

Le comportement de la roue (rotation continue, oscillations périodiques ou chaotiques...) ne dépend que de la valeur de deux nombres **constants**.

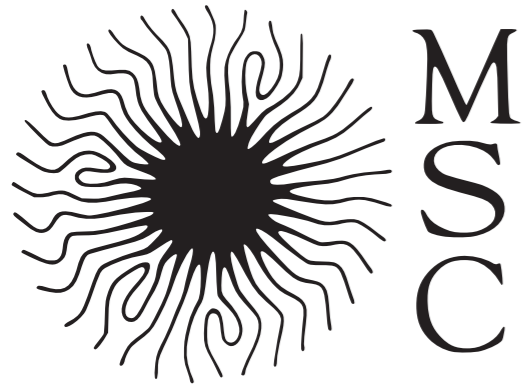
Le **nombre de Rayleigh** compare l'apport et les pertes d'énergie

$$\rho = \frac{Q R g}{K^2 \nu}$$

Le **nombre de Prandtl** compare les modalités de pertes d'énergie

$$\sigma = \frac{\nu}{M R^2 K}$$

M et R sont la masse et le rayon de la roue, respectivement.



ROUE À EAU CHAOTIQUE

QUEL EST LE LIEN ENTRE LE MOUVEMENT DE LA ROUE ET LA MÉTÉO ?

Il existe une analogie entre le comportement de la roue et un phénomène météorologique, la convection thermique.

