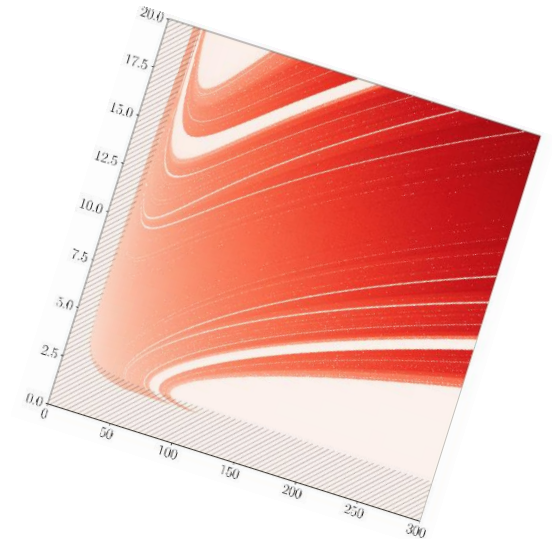
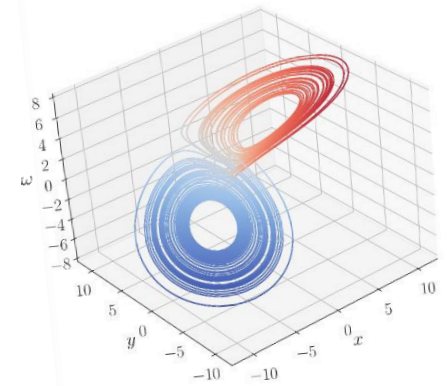


Chaos et météo

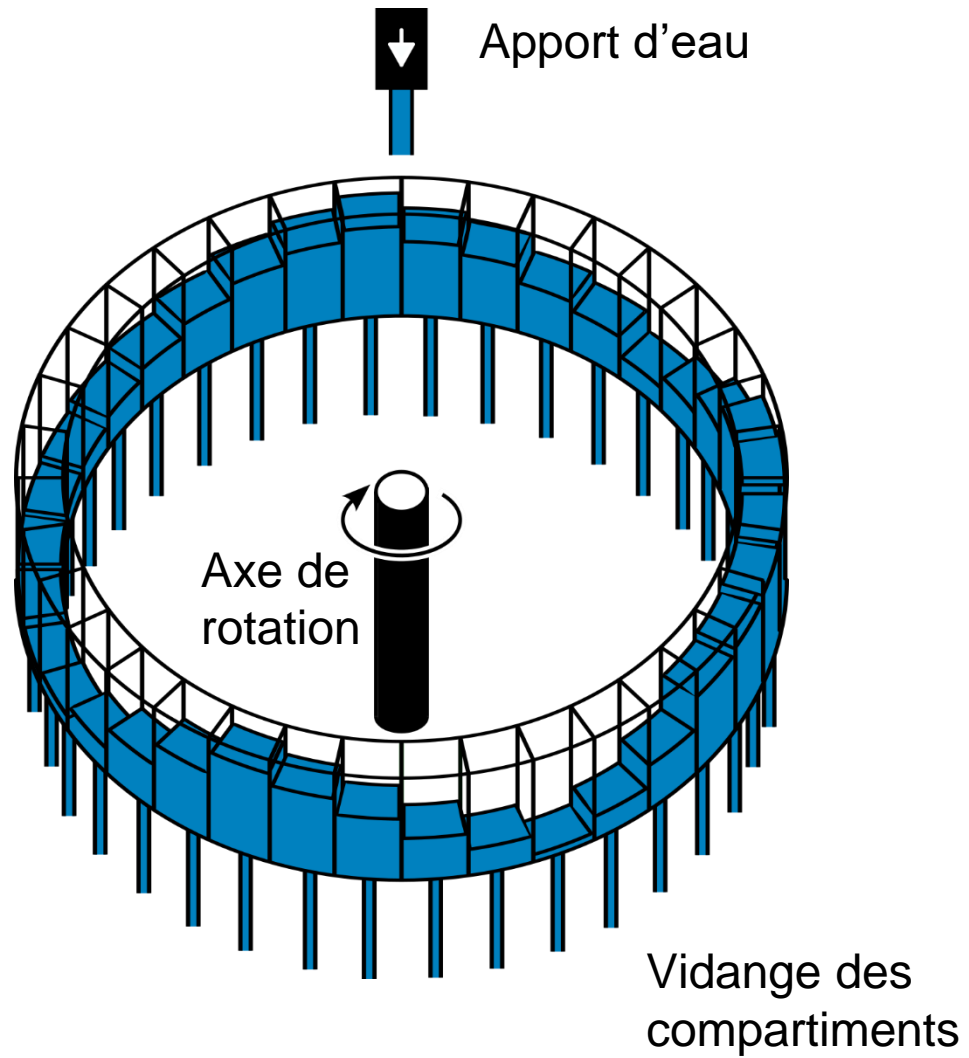
Avril 2024, Paris

$$\begin{aligned}\dot{\omega} &= -\sigma\omega + \sigma x \\ \dot{x} &= -x + \omega y \\ \dot{y} &= -y - \omega x + \rho\end{aligned}$$

Grégoire Le Lay,
Laboratoire MSC (UPCité / CNRS)

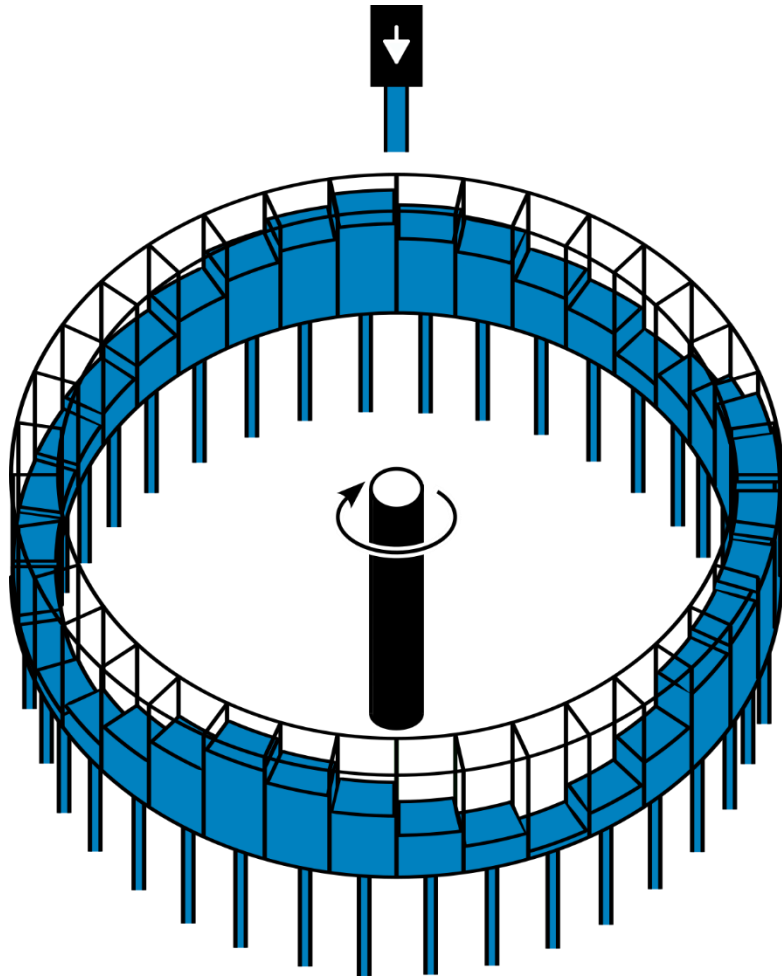


Roue à eau

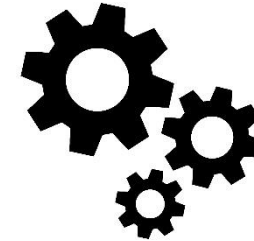


https://www.youtube.com/watch?v=7A_rl-DAmUE

Comportement de la roue



- **Paramètres** (debit entrant, temps de vidange, frottement...)
- **Variables** (vitesse de rotation, répartition de la masse d'eau)
- **Lois physique** (Bilan de masse + théorème du moment cinétique)



- **Trois équations différentielles** couplées

$$J \dot{\omega} = -\nu \omega + gM x$$

$$\dot{x} = -K x + \omega y$$

$$\dot{y} = -K y - \omega x + \frac{QR}{M}$$

Comportement de la roue

Trois équations différentielles couplées

Frottements mécaniques

$$J \dot{\omega} = -\nu \omega + gMx$$

Couple dû au poids

$$\dot{x} = -Kx + \omega y$$
$$\dot{y} = -Ky - \omega x + \frac{QR}{M}$$

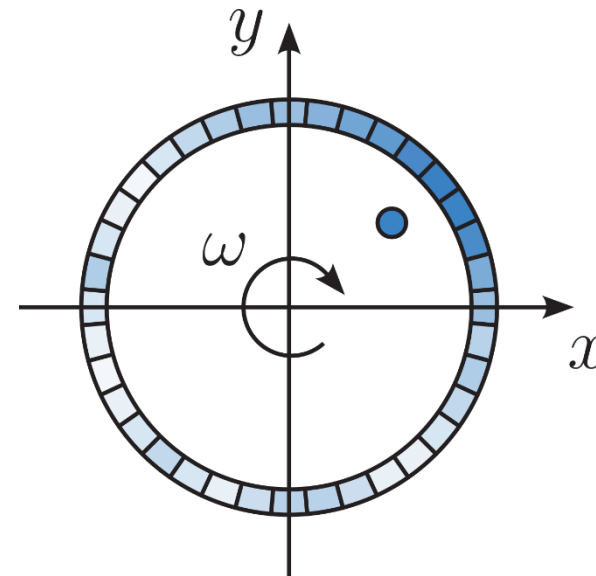
Vidange des compartiments

Rotation (terme non linéaire !!)

Apport d'eau

Variables :

- ω - vitesse de rotation
- x - position horizontale du centre de gravité
- y - position verticale du centre de gravité



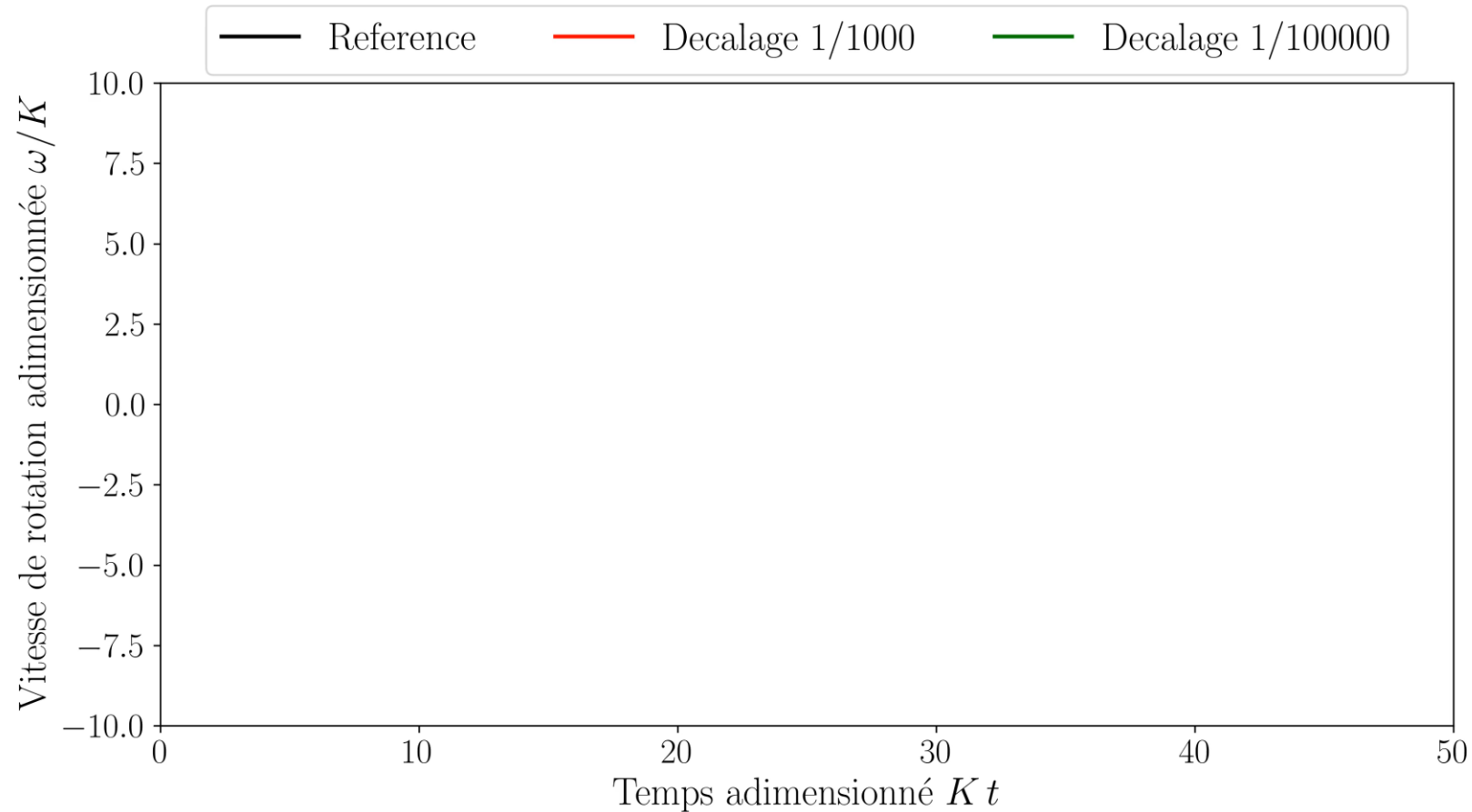
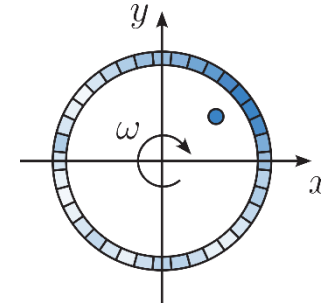
Chaos

Trois **équations différentielles**
couplées **non-linéaires**

$$J \dot{\omega} = -\nu \omega + gM x$$

$$\dot{x} = -K x + \omega y$$

$$\dot{y} = -K y - \omega x + \frac{QR}{M}$$



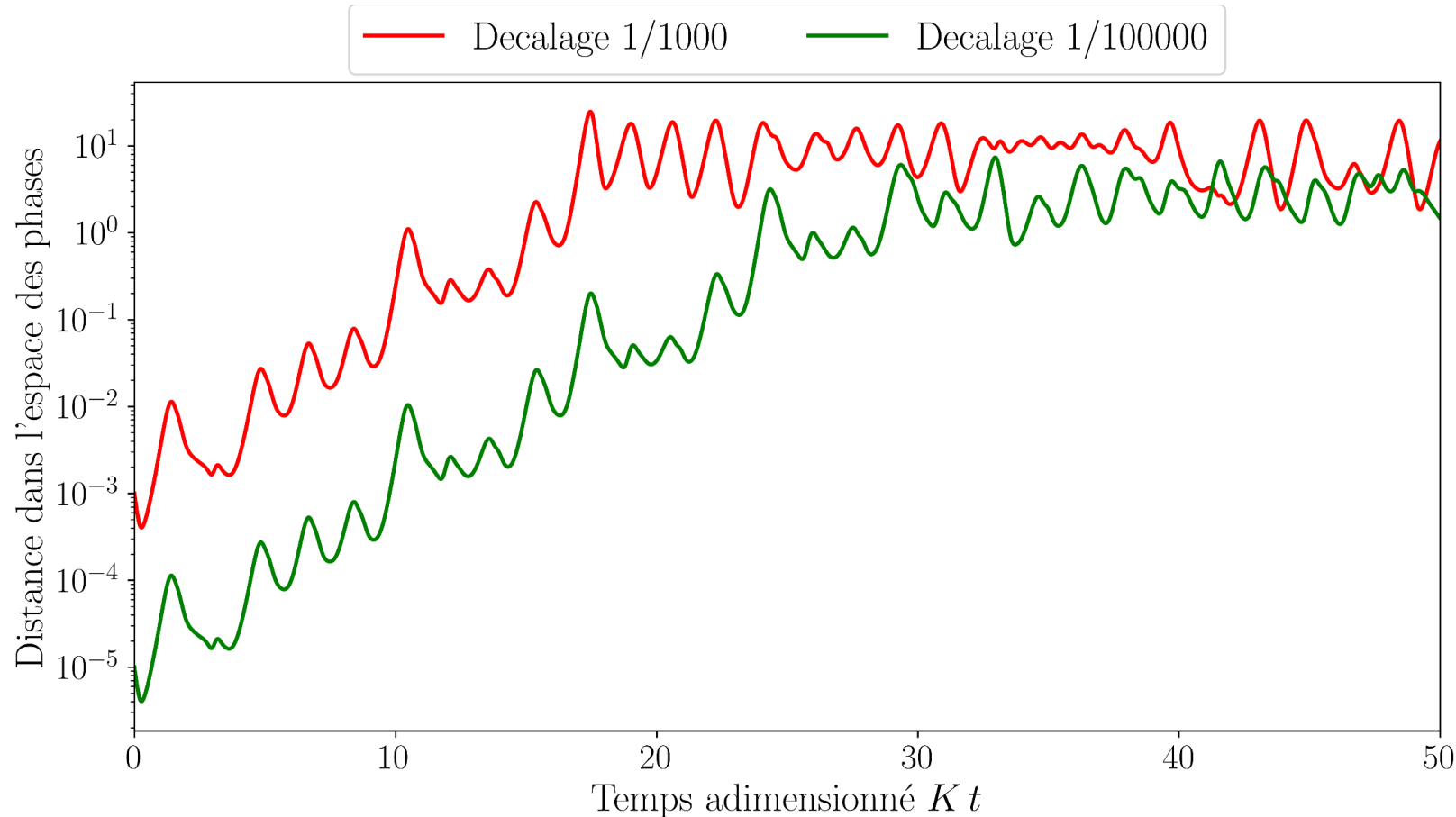
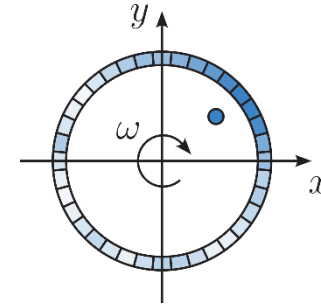
Chaos

Trois équations différentielles
couplées non-linéaires

$$J \dot{\omega} = -\nu \omega + gM x$$

$$\dot{x} = -K x + \omega y$$

$$\dot{y} = -K y - \omega x + \frac{QR}{M}$$



**Sensibilité exponentielle
aux conditions initiales !**

+

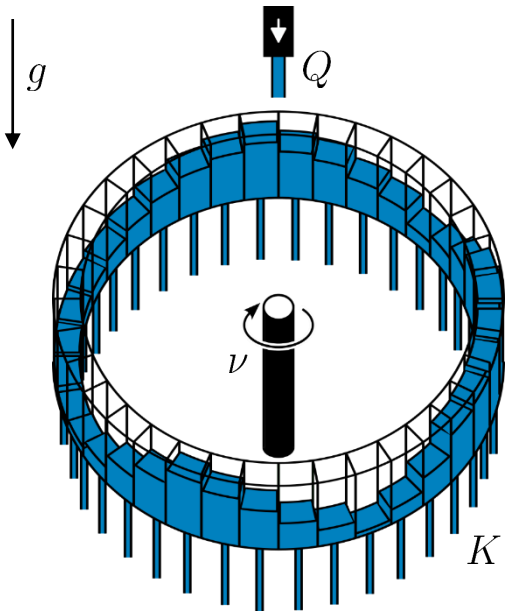
apériodicité

=

chaos déterministe

Paramétrisation

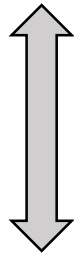
Système **compliqué** (8 paramètres)...



$$J \dot{\omega} = -\nu \omega + g M x$$

$$\dot{x} = -K x + \omega y$$

$$\dot{y} = -K y - \omega x + \frac{Q R}{M}$$



$$\frac{1}{\sigma} \dot{W} = -W + X$$

$$\dot{X} = -X + W Y$$

$$\dot{Y} = -Y - W X + \rho$$

- M Masse
- R Rayon
- Q Débit entrant
- ν Frottement
- K Taux de vidange
- g Gravité
- α Angle d'inclinaison
- J Moment d'inertie

... Mais le comportement final du système ne dépend que de deux **nombres sans dimensions**

$$\rho = \frac{R Q g \sin \alpha}{K^2 \nu}$$

$$\sigma = \frac{\nu}{J K}$$

Le nombre de Rayleigh compare l'apport de mouvement au ralentissement

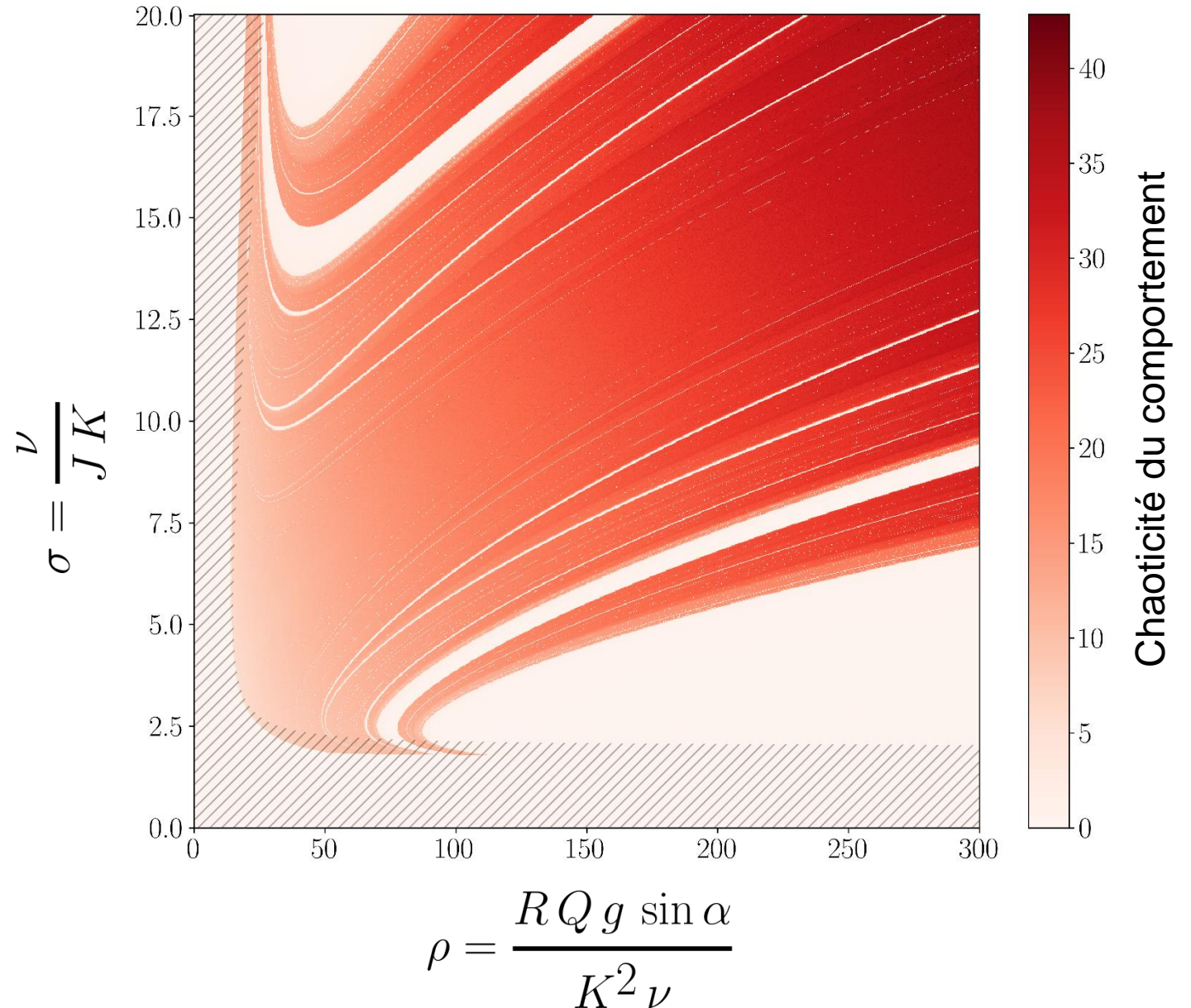
Le nombre de Prandtl compare deux modalités de ralentissement

Paramétrisation

En fonction de la valeur des nombres de Rayleigh et de Prandtl le système peut adopter

différents comportements

- Rotation à **vitesse constante** (zone hachurée)
- Comportement **périodique** (zones blanches)
- Comportement **chaotique** (zones en couleur)



Un modèle-jouet de la météo

À quoi ressemble un modèle **minimal** de la météo ?

Ingrédients :

- La Terre

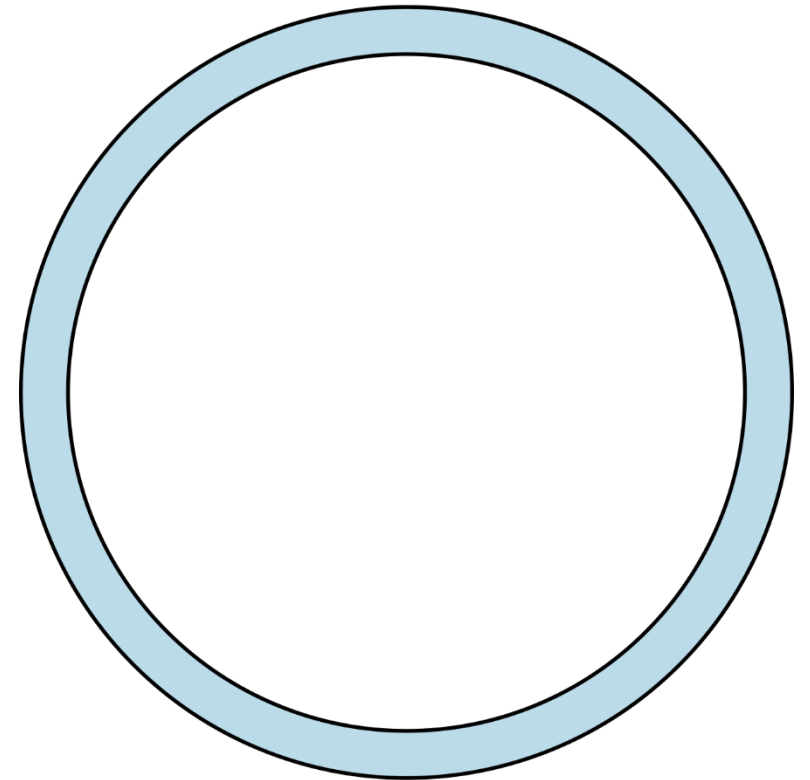


Un modèle-jouet de la météo

À quoi ressemble un modèle **minimal** de la météo ?

Ingrédients :

- La Terre
- L'atmosphère



Un modèle-jouet de la météo

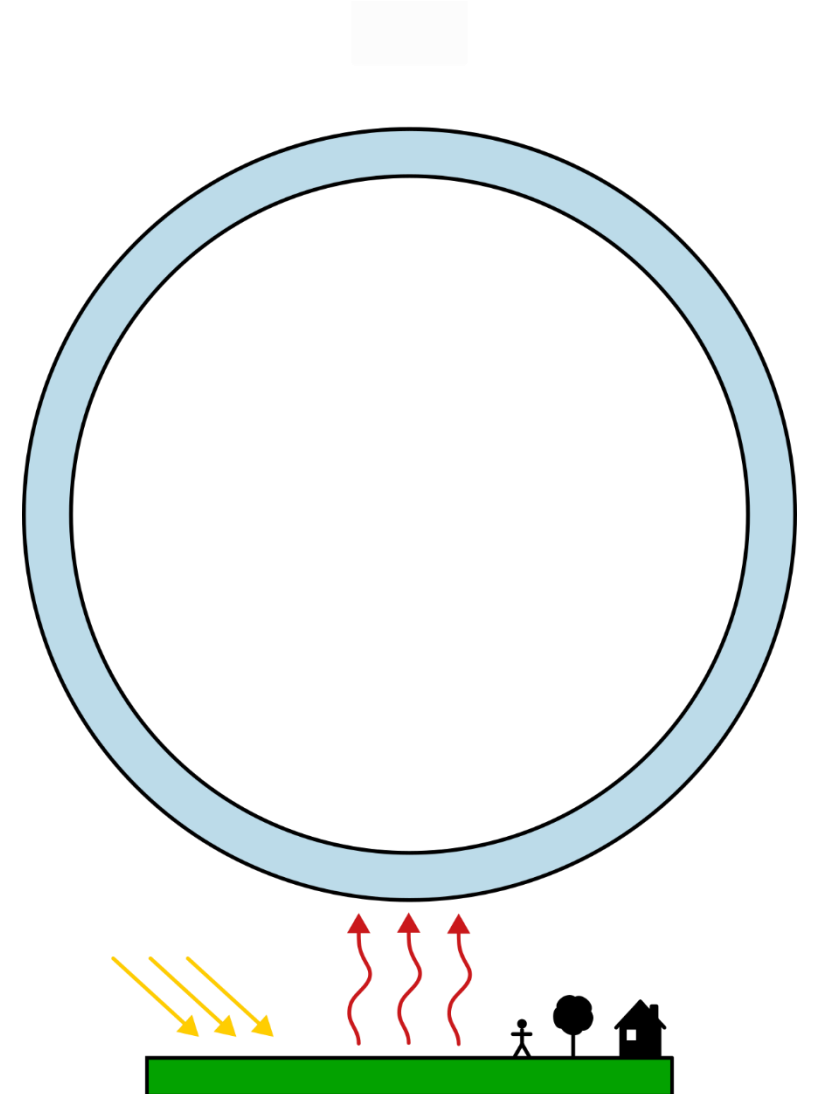
À quoi ressemble un modèle **minimal** de la météo ?

Ingrédients :

- La Terre
- L'atmosphère
- Le Soleil

On oublie :

- L'humidité
- Les nuages
- Le relief
- La variation de la pesanteur
- La rotation de la Terre
- ...



Un modèle-jouet de la météo

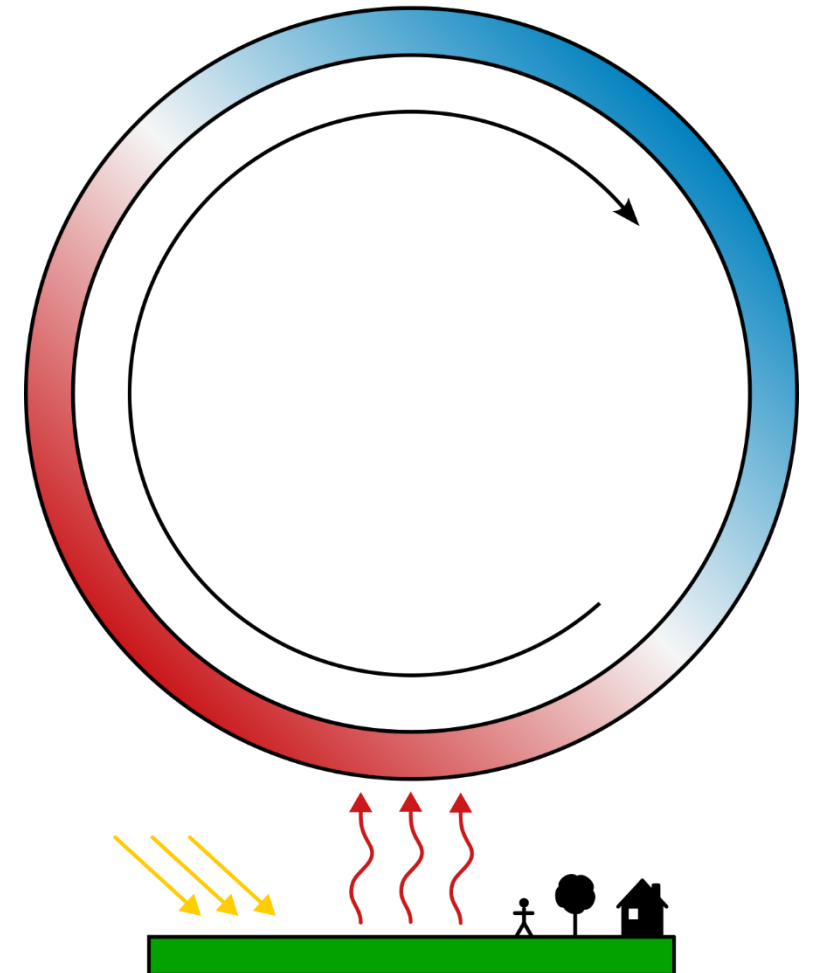
À quoi ressemble un modèle **minimal** de la météo ?

Ingrédients :

- La Terre
- L'atmosphère
- Le Soleil

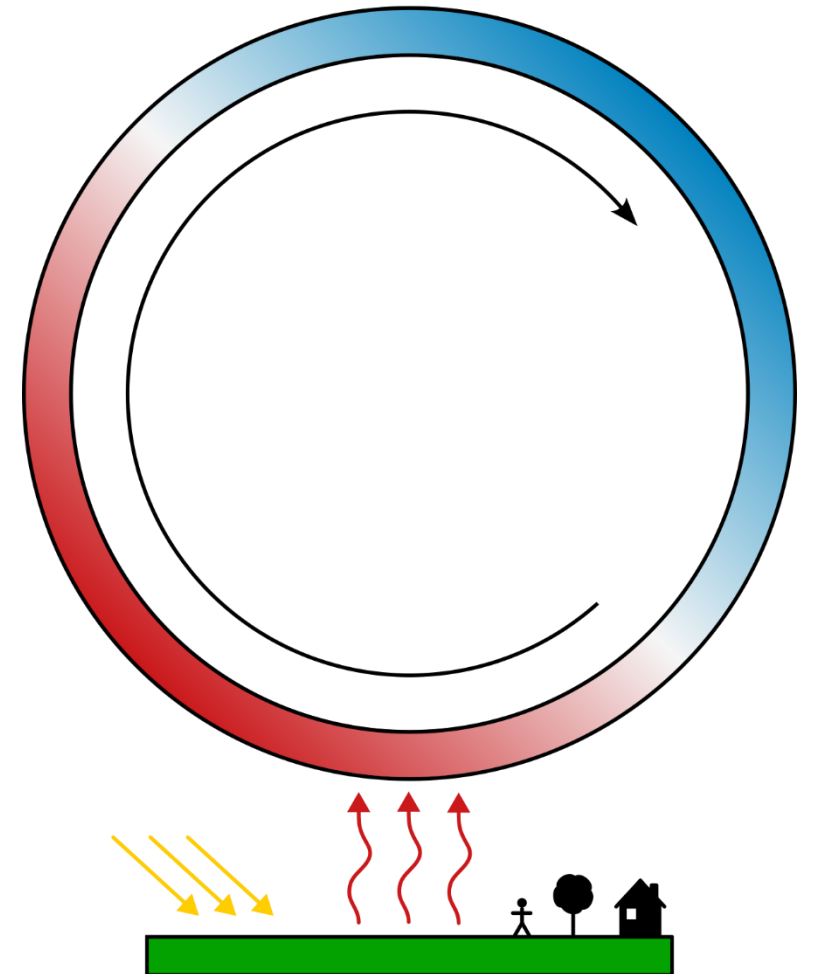
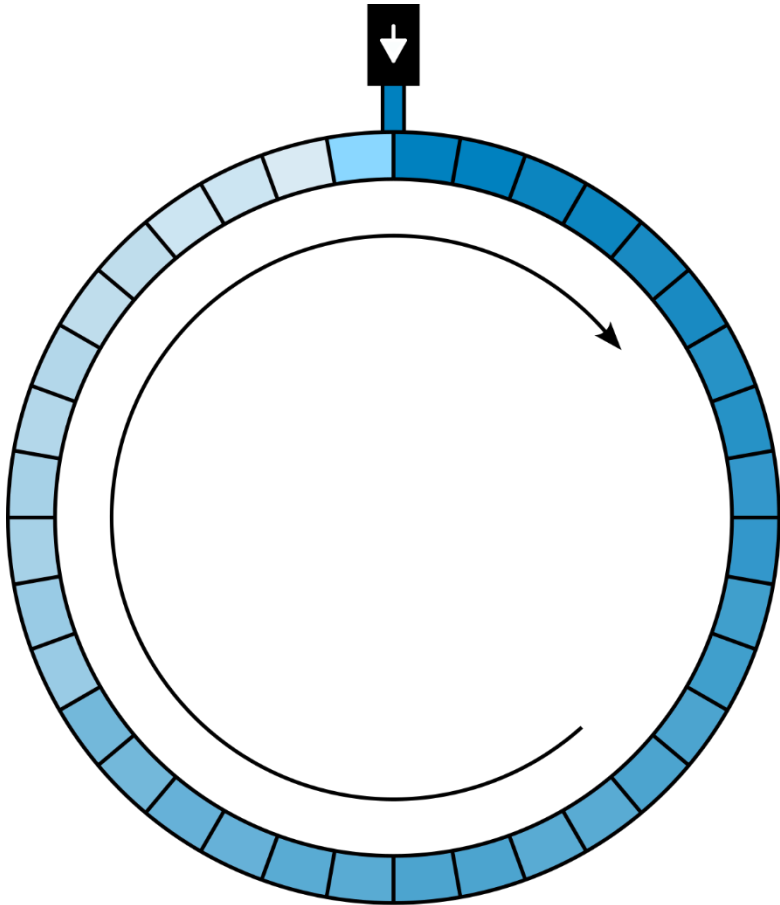
On oublie :

- L'humidité
- Les nuages
- Le relief
- La variation de la pesanteur
- La rotation de la Terre
- ...

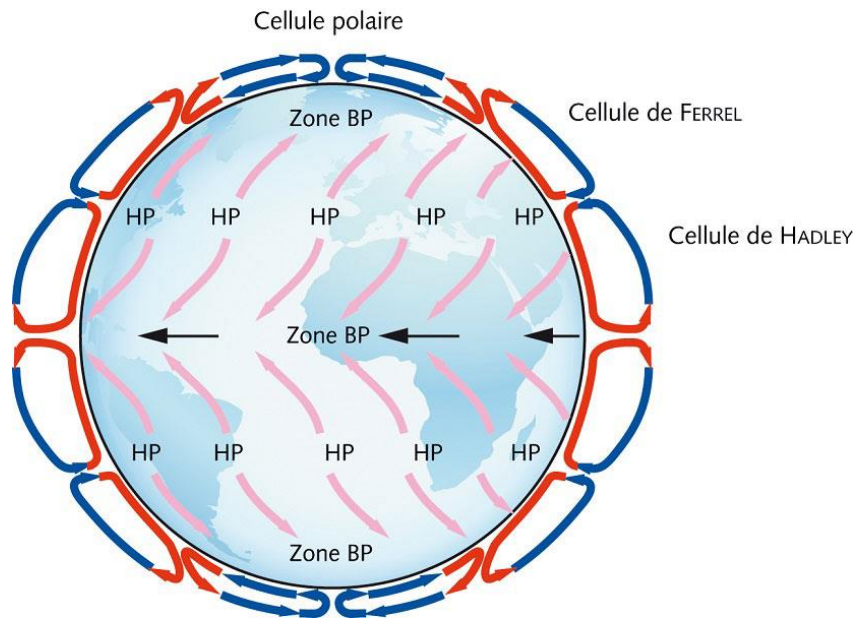
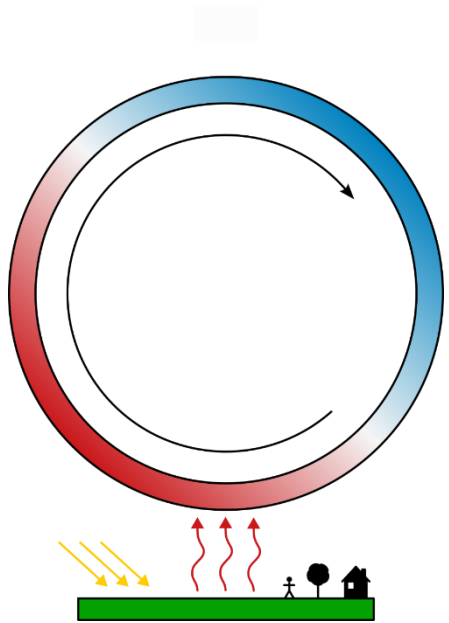


Un modèle-jouet de la météo

À quoi ressemble un modèle **minimal** de la météo ?



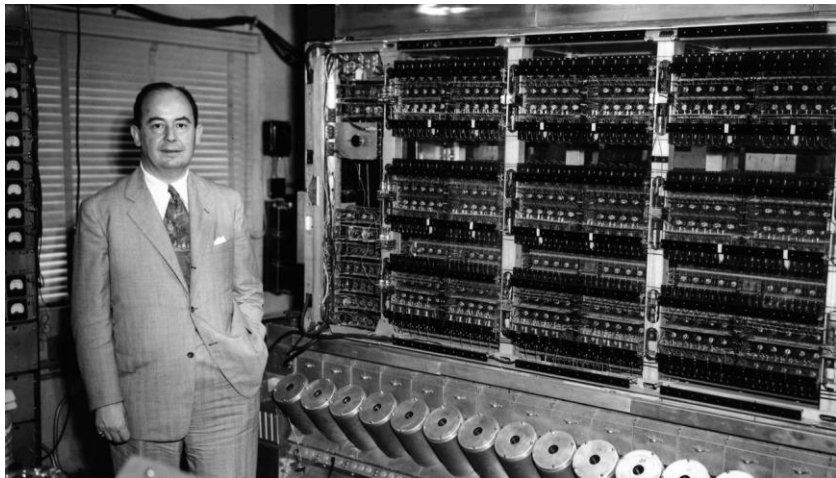
Chaos et météo



Même un modèle minimal de la météo est chaotique !

> À quel point est-il difficile de prédire le temps qu'il fait ?

1961 : ENIAC : premier ordinateur programmable, puissance ~ 500 flop



Prévision météo honnête sur 24 h

2014 : Beaufix, supercalculateur de météo France, 1 petaflop (10^{15})



Prévision météo honnête sur pas très longtemps

